# Proyecto Final
# Solución Numérica de Campos Electromagnéticos
# *Análisis radiativo de antenas mediante FDTD*

Rodrigo Reeves Díaz

24 de septiembre de 2005

# Definición del Problema

El problema que se describe y soluciona en el presente informe es el de visualizar la evolución de los campos electromagnéticos emitidos por una antena cónica unida a una guía de onda circular y la estimación del patrón de radiación de la misma, usando la técnica de *diferencias finitas en el dominio del tiempo* [1].

El sistema a analizar corresponde a una antena cónica unida a una guía de onda circular cerrada en uno de sus extremos y con un radiador emitiendo una forma de onda definida a una frecuencia central de 30 GHz y que generalmente se utiliza en mediciones radioastronómicas dentro de un subsistema direccional que comprende además un reflector primario y un subreflector.

Como restricciones a la simulación se estableció que el sistema debe ser representado en 2D, para alivianar la carga computacional que la simulación significa, la adición de una PML (sistema de capas perfectamente adaptadas) como ABC (condición de borde absorbente) [2] para acotar el dominio del análisis y así evitar reflexiones indebidas en el borde del dominio inevitablemente introducidas por el algoritmo de solución y que la representación física de los elementos de la antena serían PEC (superficies conductoras eléctricamente perfectas). Por motivos de ahorro computacional se decidió no incluir ni la montura de la antena ni el subsistema direccional.

## Descripción del sistema radiativo a analizar

Esta antena consiste en una apertura circular de tamaño decreciente (en forma de cono) que es alimentada por una guía de onda circular (Fig. 1). Los modos de propagación en la bocina se encuentran utilizando un sistema de coordenadas esférico y están en términos de funciones de Bessel esféricas y polinomios de Legendre, donde el modo que domina en este tipo de construcciones es el $H_{11}$ o también llamado $TE_{11}$, ya que el campo eléctrico no presenta componente paralelo al eje de propagación. El principal inconveniente de utilizar guías circulares es que, debido al modo dominante, no se aprecia una pureza en la polarización presente además de que se acoplan los anchos de haz de los planos E y H.

Los parámetros eléctricos en la guía de onda circular distan un tanto de lo que son en el espacio libre debido a la dominación del modo $TE_{11}$. Por ejemplo, la longitud de onda en una guía de onda circular rellena con aire es:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{3{,}41 \cdot a})^2}} \tag{1}$$

donde $\lambda_0$ es la longitud de onda en el espacio libre y $a$ es el radio de la guía de onda.

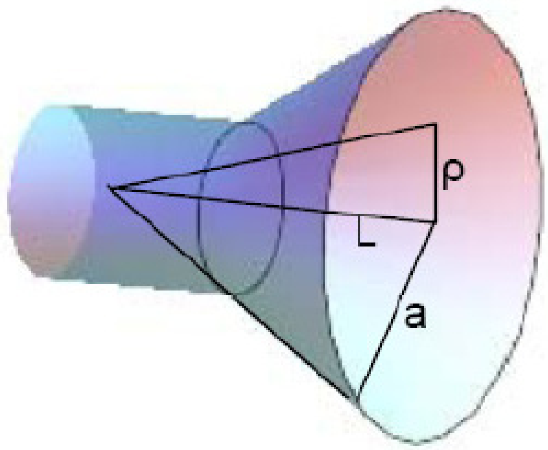



Figura 1: Bocina Cónica.

La directividad en decibeles de una bocina cónica, con una eficiencia de apertura $\epsilon_a$ y radio de la apertura $a$ es:

$$D(dB) = 10log\left(\frac{4\pi}{\lambda^2}(\pi a^2)\epsilon_a\right) = 20log\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right) - L(S) \quad (2)$$

donde $L(S)$ es una figura de pérdidas debido al desmedro en la eficiencia producido por el error de fase. $L(S) = -10log(\epsilon_a)$.

Una aproximación polinomial al término $L(S)$ está dada por:

$$L(S) = 0{,}8 - 1{,}171S + 26{,}25S^2 - 17{,}79S^3 \quad (3)$$

Por ejemplo, si no existe error de fase $\Rightarrow L(S) = 0{,}8$dB por lo que la eficiencia de la apertura sería $\epsilon_a = 0{,}837$.

Finalmente, la expresión para la desviación máxima de fase (en longitudes de onda) está dada por:

$$S = \frac{a^2}{2\lambda R} \quad (4)$$

donde $R$ es el largo desde el alimentador hasta la apertura.

### Diseño óptimo

El diseño óptimo para la bocina cónica se encuentra para la desviación máxima de fase $S = 3/8 \Rightarrow L(S) = 2{,}91$dB. Así, se fija un parámetro de construcción ($a$ *o* $R$) en la ec. 4 para estimar el otro parámetro.

A 30 GHz, la longitud de onda en espacio libre es $\lambda_0 = 1$ cm. Usando las especificaciones de fábrica para guías de onda circulares en la banda $Ka$ (que corresponde a 30 GHz) encontradas en el sitio web de las empresas *Rollet*[10] y *Quinstar*[11], además de las referencias ([7], [8], [9]) se encuentra que para las guías de modo $TE_{11}$ en la banda $Ka$, el radio de guía de onda especificado es $r_{wg} = 0{,}4$ cms. Así, la longitud de onda en la guía circular es:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{3{,}41 \cdot a})^2}} = 1{,}47 cms. \tag{5}$$

Dentro de la guía de onda circular se debería instalar un alimentador monopolo de longitud $\lambda_0/4$ a una distancia $\lambda_g/4$ del fondo de la guía, para lograr máxima transferencia de energía de los campos en dicha reflexión (dado que a esa distancia del alimentador el campo eléctrico tendrá un máximo) y a $\lambda_g/2$ de la interfaz entre la guía de onda y la bocina cónica, para lograr minima reflexión por difracción en la interfaz. Sin embargo, para efectos de la simulación de este sistema se decidió poner una fuente puntual radiando a una distancia $\lambda_g/4$ del fondo de la guía de onda.

Finalmente, las dimensiones de la antena deben coincidir con la solución de la ecuación de directividad teórica, la cuál se calcula usando el máximo error de fase $S = 3/8$, por lo que la figura de pérdida es $L(S) = 2{,}91$dB, ahora aplicando un largo específico de la bocina (alimentador-apertura) de 1,47 cms en la ecuación 4 se obtiene $a = r_{ap} = 1{,}05$cms.

## Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo - FDTD

El método FDTD, introducido en el año 1966 por Yee [1], consiste en el modelamiento numérico de las ecuaciones de Maxwell en su modalidad de evolución temporal, asumiendo que los parámetros eléctricos son invariantes en el tiempo y es principalmente usado en problemas de dispersión de ondas electromagnéticas.

Conceptualmente, no propone una solución dependiente de los potenciales asociados a los campos EM, sino que simplemente aplica aproximaciones de diferencia central de segundo orden (fig. 2) a las derivadas espacio-temporales de los campos eléctricos y magnéticos que se irradian en el dominio de análisis.

Las ecuaciones de Maxwell rotacionales, usando el sistema MKS son:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\nabla \times E - \frac{\rho}{\mu}H \tag{6}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon}\nabla \times H - \frac{\sigma}{\epsilon}E \tag{7}$$

donde $E$ es el campo eléctrico en $V/m$, $H$ es el campo magnético en $A/m$, $\epsilon$ es la permitividad eléctrica en $F/m$, $\sigma$ es la conductividad eléctrica en $S/m$, $\mu$ es la permeabilidad magnética en $H/m$ y $\rho$ es la resistividad magnética en $\Omega/m$. El término $\rho$ aunque no real, se adiciona para lograr simetría en las ecuaciones y además para permitir el componente o mecanismo de pérdidas al campo magnético.

Asumiendo que los parámetros eléctricos son isotrópicos dentro del dominio y temporalmente invariantes, es posible definir el siguiente sistema de ecuaciones escalares en coordenadas cartesianas para el caso transversal eléctrico (TE), ya que es el modo que nos interesa dado que la definición del problema indica que el modo TE es el único capaz de propagarse por una guía de onda circular y emitido por una bocina cónica, por lo tanto los componentes electromagnéticos presentes en el dominio sólo son $Ex$, $Ey$ y $Hz$:

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu}(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho H_z) \quad (8)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon}(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x) \quad (9)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon}(\frac{\partial H_z}{\partial x} + \sigma E_y) \quad (10)$$

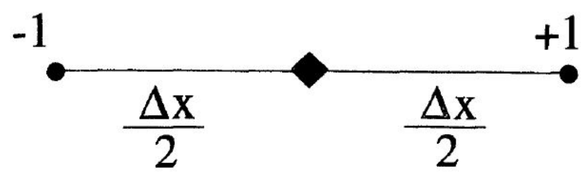



Figura 2: Molécula de diferencia central de segundo orden.

Respecto al algoritmo, Yee introdujo la siguiente notación en espacio-tiempo para una grilla cartesiana:

$$F(x,y,z,t) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = F^n(i,j,k) \quad (11)$$

donde $\Delta x$, $\Delta y$ y $\Delta z$, son las dimensiones de la grilla en las direcciones $x$, $y$ y $z$, respectivamente, y $\Delta t$ es el incremento temporal. Así, se definen aproximaciones de segundo orden de las diferencias finitas espacio-temporales para las derivadas espaciales y temporales, ilustrada en la figura 2 y representada matemáticamente de la siguiente forma:

$$\frac{\partial F(i,j,k)}{\partial x} = \frac{F^n(i+1/2,j,k) - F^n(i-1/2,j,k)}{\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (12)$$

$$\frac{\partial F(i,j,k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i,j,k) - F^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \tag{13}$$

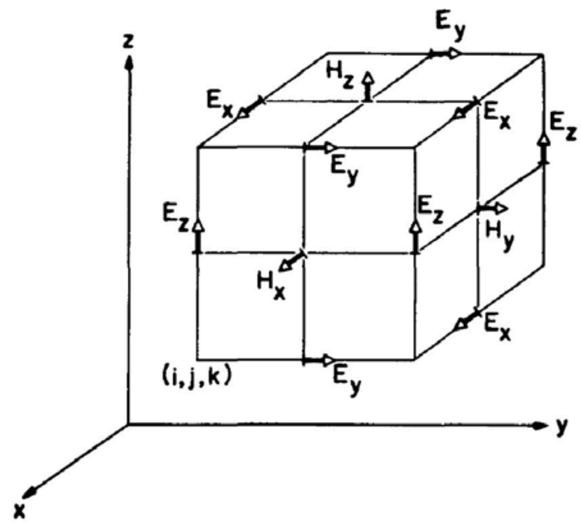



Figura 3: Discretización espacial propuesta por Yee.

Tomando en cuenta la discretización espacial propuesta por Yee (fig. 3) y asumiendo un promedio temporal para las componentes de campo no variacionales en las ecuaciones 8, 9 y 10, los campos correspondientes al modo TE a evaluar en el dominio de simulación bidimensional quedan expresados en forma discreta como sigue:

$$H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2) = \frac{1-\frac{\rho\Delta t}{2\mu}}{1+\frac{\rho\Delta t}{2\mu}} H_x^{n-1/2}(i+1/2,j+1/2) \;\; + \\ \frac{\Delta t}{\mu}\frac{1}{1+\frac{\rho\Delta t}{2\mu}}[(\frac{E_x^n(i,j+1/2)-E_x^n(i,j-1/2)}{\Delta y}) - (\frac{E_y^n(i+1/2,j)-E_y^n(i-1/2,j)}{\Delta x})] \tag{14}$$

$$E_x^{n+1}(i,j) = \frac{1-\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}} E_x^n(i,j) + \frac{\Delta t}{\epsilon}\frac{1}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}}(\frac{H_z^{n+1/2}(i,j+1/2)-H_z^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}) \tag{15}$$

$$E_y^{n+1}(i,j) = \frac{1-\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}} E_y^n(i,j) - \frac{\Delta t}{\epsilon}\frac{1}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\epsilon}}(\frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2,j)-H_z^{n+1/2}(i+1/2,j)}{\Delta x}) \tag{16}$$

## Dominio de Análisis

A continuación se presenta el dominio a analizar, en el cuál se puede apreciar claramente la distribución bidimensional de la bocina cónica y la guía de onda circular, además de la PML (Perfectly Matched Layer[2]) de diez capas adjuntas truncando el dominio de simulación.

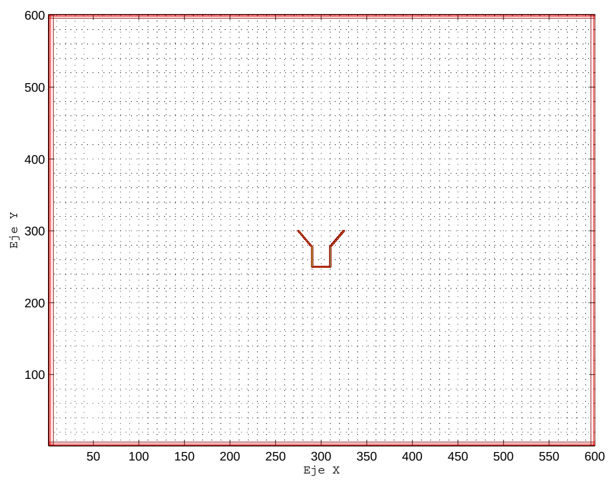



Figura 4: Dominio del análisis.

La resolución espacial que la grilla debe tener es $\Delta \leq \lambda/20$ según la literatura, donde $\lambda$ es la longitud de onda. Como fue especificado anteriormente, la frecuencia de operación de la antena es de 30 $GHz$, por lo que en este caso $\lambda = 1\ cm$. Para lograr aún una mejor resolución espacial se utilizó $\Delta = \lambda/25 = 0{,}04\ cms$. La resolución temporal se debe elegir en base a un criterio para asegurar estabilidad y es intrínsecamente dependiente de la resolución espacial:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c}\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}\right)^{-1/2} \tag{17}$$

donde $\Delta x = \Delta y = \Delta$ en este caso, por lo que se utilizó la aproximación[5]:

$$\Delta t = \frac{\Delta}{2 \cdot c} \tag{18}$$

La importancia de agregar la PML al dominio de simulación radica en que los parámetros eléctricos que se le imponen a las capas PML son tales, que eliminan cualquier reflexión de las ondas en propagación dentro del dominio producto del truncamiento del sistema en análisis (Evanescent waves), las cuáles son naturales debido a la discretización propuesta por Yee.

Teóricamente fundamentado por [2] y [6], la forma de lograr cero reflexión en una onda plana en propagación es mediante:

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\rho}{\mu_0} \tag{19}$$

Por otro lado, el coeficiente de reflexión de las ondas que inciden normales a las capas PML es:

$$R = e^{\frac{-2\sigma_{max}\delta}{(dim+1)\epsilon_0 c}} \tag{20}$$

donde $\delta$ es el espesor total de la capa PML y $dim$ es la dimensión del dominio de simulación, se puede extraer directamente la conductividad máxima y el factor de pérdida magnético máximo (eq. 19) en las capas:

$$\sigma_{max} = \frac{-(dim+1)\epsilon_0 \cdot c \cdot ln(R)}{2 \cdot \delta} \tag{21}$$

$$\rho_{max} = \sigma_{max} \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \tag{22}$$

Ahora, los parámetros eléctricos se asignan a las capas determinadas usando:

$$\sigma(n) = \sigma_{max}(\frac{n}{\delta})^{dim}$$
$$\rho(n) = \rho_{max}(\frac{n}{\delta})^{dim}$$

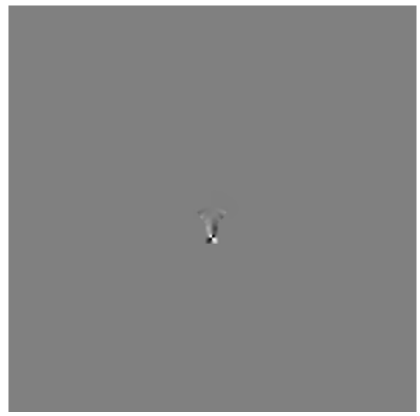
donde $n$ es el número de la capa en cuestión. Discretizando de acuerdo a la proposición de Yee los parámetros eléctricos quedan:

$$\sigma(n) = \sigma_{max} \cdot (\frac{n-1/2}{\delta+1/2})^{dim}$$
$$\rho(n) = \rho_{max} \cdot (\frac{n}{\delta+1/2})^{dim}$$

Finalmente, la bocina cónica y la guía de onda cerrada están simuladas con una superficie PEC (Perfectly Electric Conducting), la cuál tiene la particularidad de que la conductividad en el material analizado es infinita, lo que se aplica directamente en las ecuaciones de campo 14, 15 y 16.

## Simulación de la Propagación Temporal de ondas en el Dominio de Análisis, modo Transversal Eléctrico (TE)

(a) $t = 50\Delta t$



(b) $t = 100\Delta t$

(c) $t = 150\Delta t$

(d) $t = 200\Delta t$

Figura 5: Campo eléctrico $E_x$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 250\Delta t$

(b) $t = 300\Delta t$

(c) $t = 350\Delta t$

(d) $t = 400\Delta t$

Figura 6: Campo eléctrico $E_x$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 450\Delta t$

(b) $t = 500\Delta t$

(c) $t = 550\Delta t$

(d) $t = 600\Delta t$

Figura 7: Campo eléctrico $E_x$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 650\Delta t$

(b) $t = 700\Delta t$

(c) $t = 750\Delta t$

(d) $t = 800\Delta t$

Figura 8: Campo eléctrico $E_x$, rango entre $-10$ y 10 $[V/m]$.

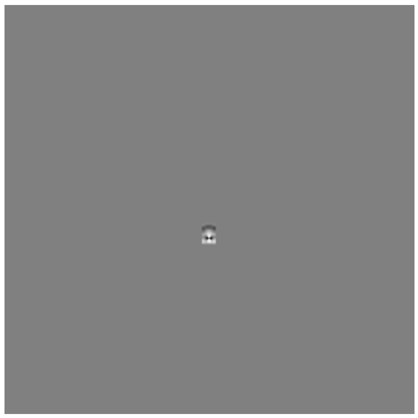
(a) $t = 850\Delta t$

(b) $t = 900\Delta t$

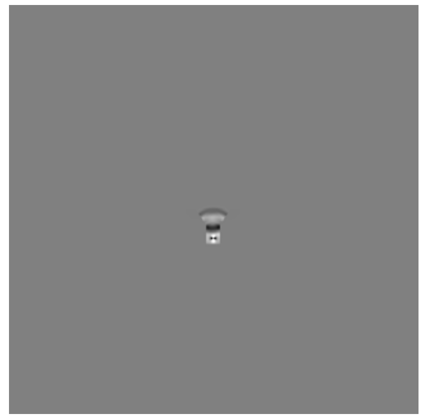
(c) $t = 950\Delta t$

(d) $t = 1000\Delta t$

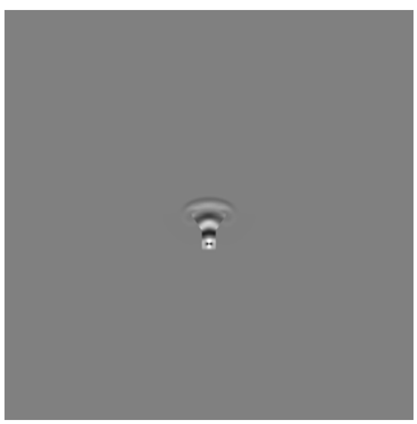
Figura 9: Campo eléctrico $E_x$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.



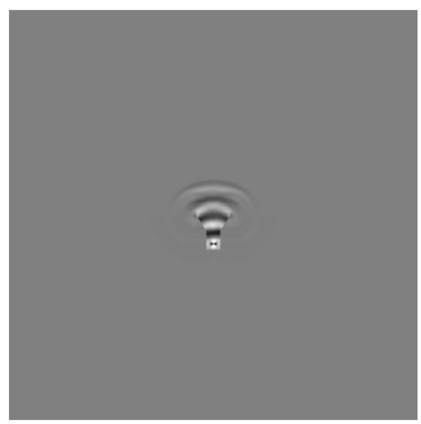
(a) $t = 50\Delta t$



(b) $t = 100\Delta t$

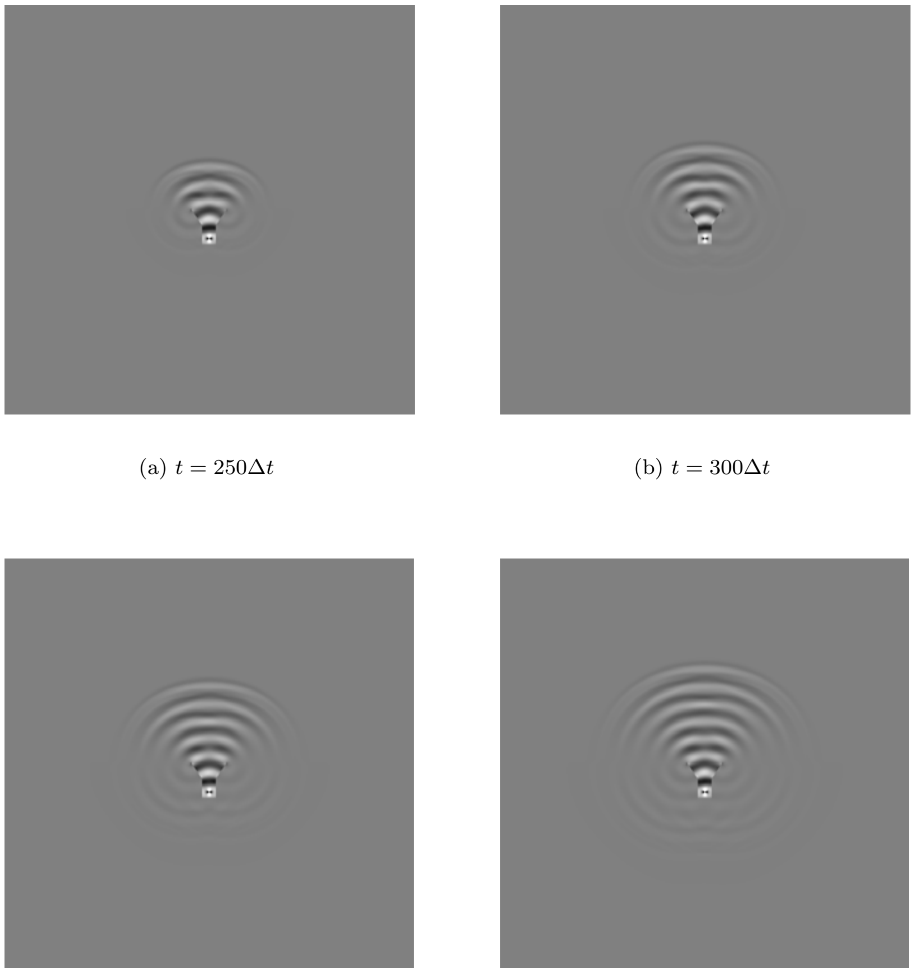


(c) $t = 150\Delta t$



(d) $t = 200\Delta t$

Figura 10: Campo eléctrico $E_y$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.



(a) $t = 250\Delta t$

(b) $t = 300\Delta t$

(c) $t = 350\Delta t$

(d) $t = 400\Delta t$

Figura 11: Campo eléctrico $E_y$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 450\Delta t$

(b) $t = 500\Delta t$

(c) $t = 550\Delta t$

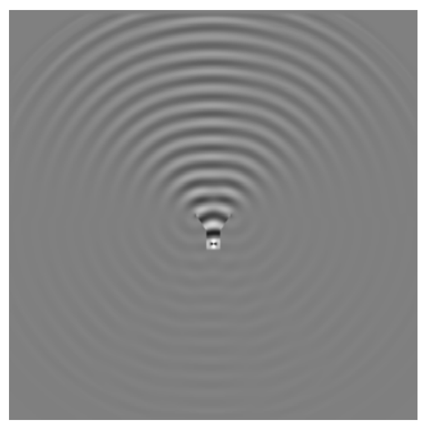
(d) $t = 600\Delta t$

Figura 12: Campo eléctrico $E_y$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 650\Delta t$

(b) $t = 700\Delta t$

(c) $t = 750\Delta t$



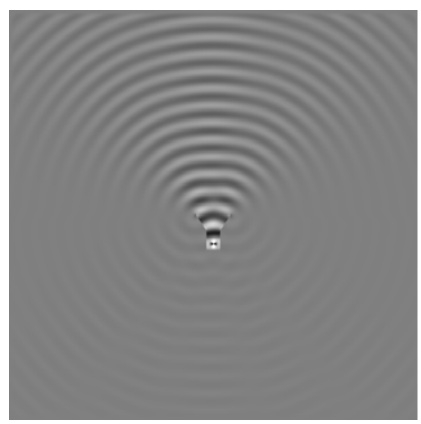
(d) $t = 800\Delta t$

Figura 13: Campo eléctrico $E_y$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 850\Delta t$

(b) $t = 900\Delta t$

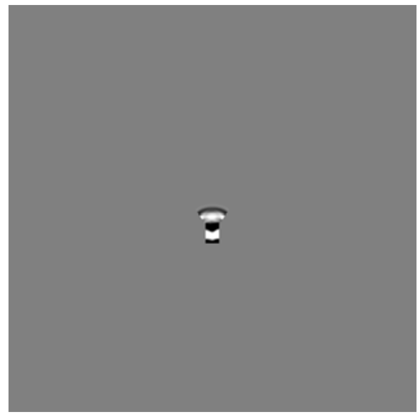
(c) $t = 950\Delta t$



(d) $t = 1000\Delta t$

Figura 14: Campo eléctrico $E_y$, rango entre $-10$ y $10$ $[V/m]$.

(a) $t = 50\Delta t$



(b) $t = 100\Delta t$

(c) $t = 150\Delta t$

(d) $t = 200\Delta t$

Figura 15: Campo eléctrico $H_z$, rango entre $-0{,}01$ y $0{,}01$ $[A/m]$.

(a) $t = 250\Delta t$

(b) $t = 300\Delta t$

(c) $t = 350\Delta t$

(d) $t = 400\Delta t$

Figura 16: Campo eléctrico $H_z$, rango entre $-0{,}01$ y $0{,}01$ $[A/m]$.

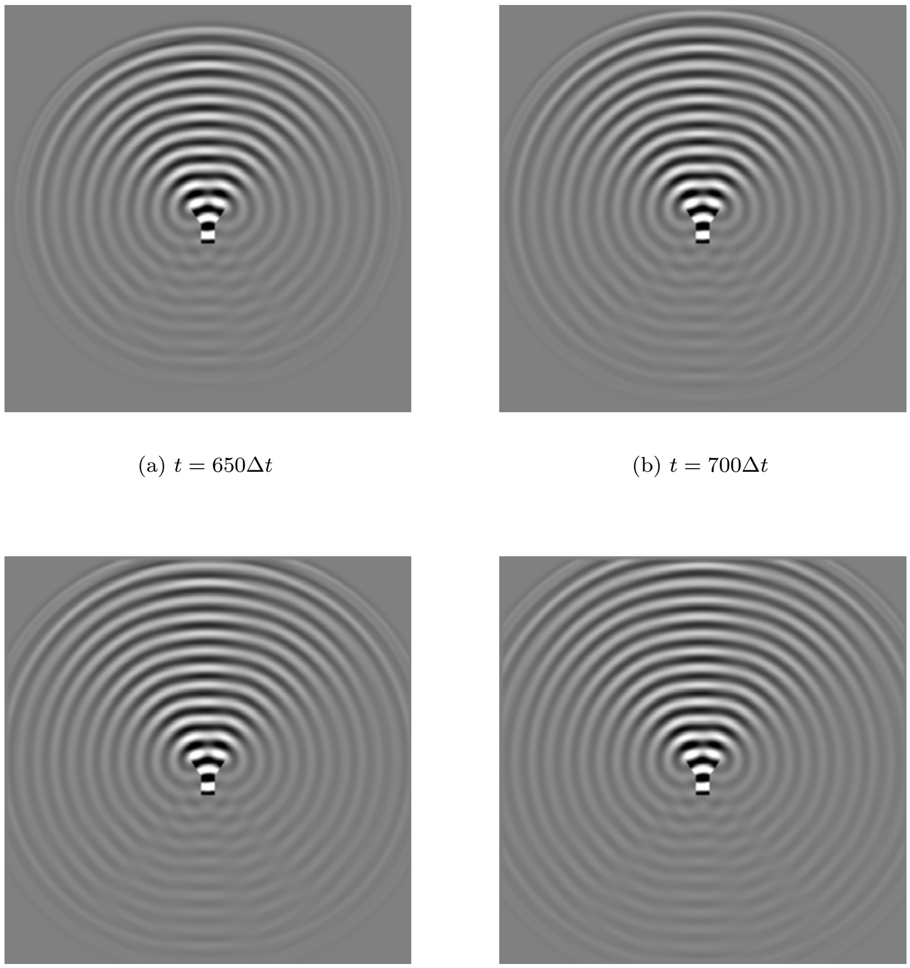
(a) $t = 450\Delta t$

(b) $t = 500\Delta t$

(c) $t = 550\Delta t$

(d) $t = 600\Delta t$

Figura 17: Campo eléctrico $H_z$, rango entre $-0{,}01$ y $0{,}01$ $[A/m]$.



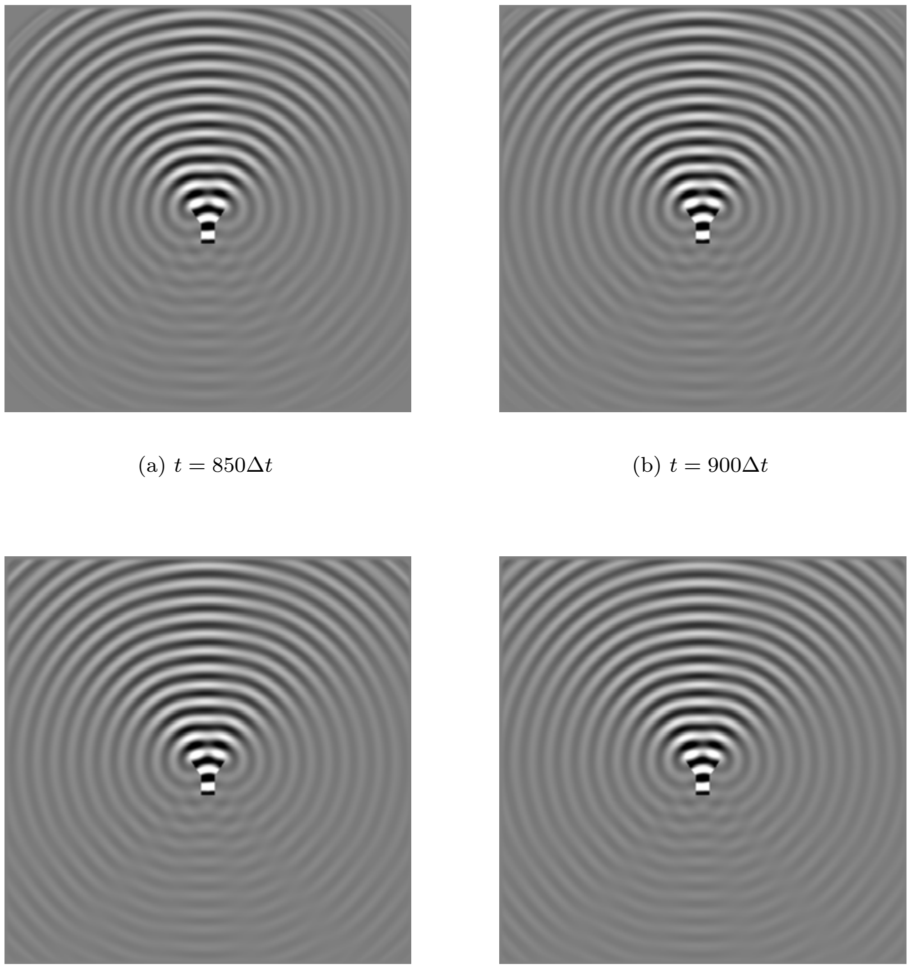
(a) $t = 650\Delta t$

(b) $t = 700\Delta t$

(c) $t = 750\Delta t$

(d) $t = 800\Delta t$

Figura 18: Campo eléctrico $H_z$, rango entre $-0{,}01$ y $0{,}01$ $[A/m]$.



(a) $t = 850\Delta t$

(b) $t = 900\Delta t$

(c) $t = 950\Delta t$

(d) $t = 1000\Delta t$

Figura 19: Campo eléctrico $H_z$, rango entre $-0{,}01$ y $0{,}01$ $[A/m]$.

## Determinación de las propiedades radiativas de la antena simulada

En teoría de antenas, la distribución de radiación respecto de la distancia se divide en zonas. La zona cercana o de evolución de los campos se denomina "zona de Fresnel", mientras que la zona lejana se conoce "zona de Fraunhofer", donde a medida que el punto de medición se aleja del aparato radiativo no se aprecian cambios significativos en la distribución de los campos. Ambas zonas se separan por una línea imaginaria denominada "Distancia de Fraunhofer, $d_F$"dependiente del tamaño de la apertura $a$.

$$d_F = \frac{2 \cdot a^2}{\lambda} \tag{23}$$

Para determinar las propiedades radiativas de la antena es necesario concentrarse en la zona lejana. Para ello, se evalúan los campos a la distancia de Fraunhofer respecto del ángulo $\phi$ que circunda al elemento radiativo. El campo eléctrico resultante en la zona lejana se calcula mediante la siguiente expresión:

$$E^F(\phi) = -E_x(\phi) \cdot sin(\phi) + E_y(\phi) \cdot cos(\phi) \tag{24}$$

Importante es analizar el campo eléctrico resultante en función del ángulo $\phi$ y normalizado, para tener una idea sobre el haz de radiación que despliega la bocina y ver si es que la directividad del haz concuerda con la dirección de apuntamiento de la antena ($\phi = 0$):

$$E^F_{norm}(\phi) = \frac{E^F(\phi)}{max(E^F(\phi))} \tag{25}$$

El vector de Poynting en función del ángulo $\phi$ es:

$$P(\phi) = \frac{E^F(\phi)^2}{Z_0} \tag{26}$$

donde $Z_0$ es la impedancia intrínsica del vacío. El patrón de potencia normalizado de la antena queda representado por:

$$W(\phi) = \frac{P(\phi)}{max(P(\phi))} \tag{27}$$

y finalmente, el patrón de potencia en decibeles es:

$$P_{db}(\phi) = 10 \cdot log_{10}(W(\phi)) \tag{28}$$

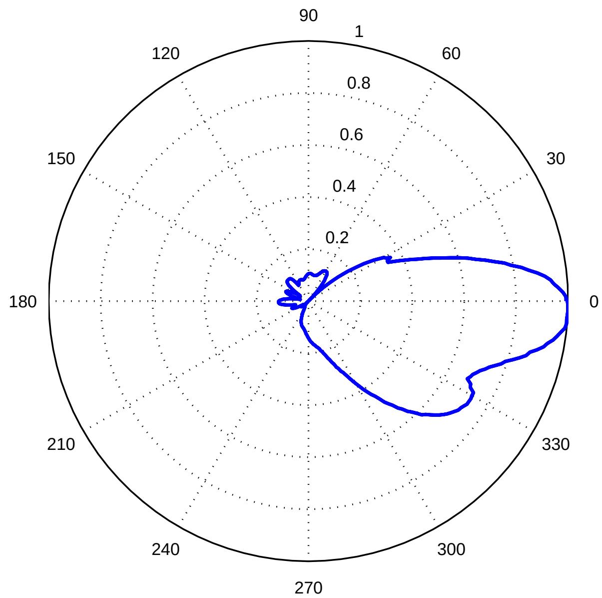



Figura 20: Campo eléctrico lejano normalizado en función de $\phi$.

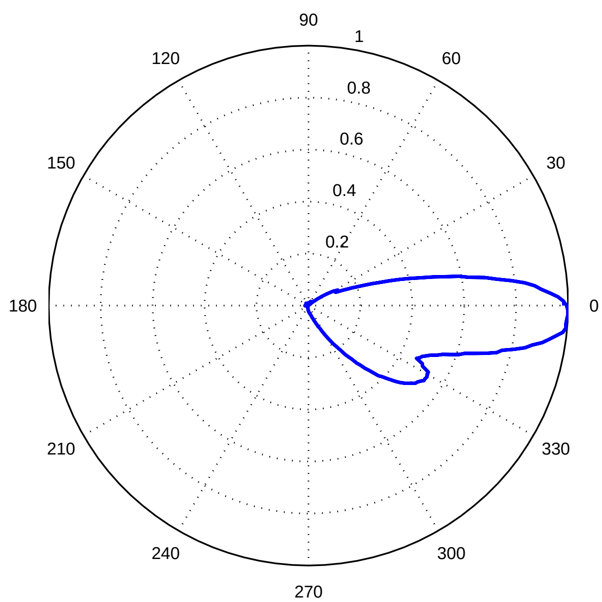



Figura 21: Patrón de potencia normalizado en función de $\phi$.

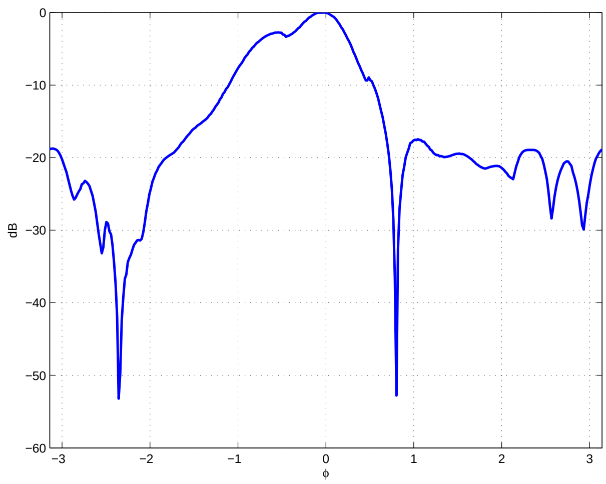



Figura 22: Patrón de potencia en decibeles en función del ángulo $\phi$.

# Conclusiones

- Los patrones de radiación determinados usando FDTD coinciden en la dirección de apuntamiento del haz con la posición de la antena en el dominio de simulación.
- El desbalance que se aprecia en los patrones de radiación a ambos lados del ángulo-eje $\phi = 0$ perfectamente se puede deber a la discretización aplicada para simular la antena.
- Los lóbulos traseros y laterales se encuentran bien controlados alrededor de los -20 dB, lo cuál indica una buena eficiencia del elemento radiativo y concordancia de la simulación con los valores esperados.
- La mayor complicación en el estudio radiométrico de la antena fue la determinación de la amplitud de las componentes del campo eléctrico en la distancia de Fraunhofer. Se decidió ubicar un anillo de ancho una longitud de onda y con centro de borde en la distancia de fraunhofer. Luego se ubicó el máximo en un $\Delta\phi$ pequeño alrededor de todo el anillo.
- Es impresionante la infinidad de casos de propagación de ondas en el cuál el método FDTD puede ser aplicado y con gran exactitud, no importando las condiciones del medio, las cuales pueden ser representadas fielmente usando correctos parámetros eléctricos.
- Se aprecia que el método FDTD tiene una restricción de aplicación respecto de la frecuencia de propagación de las ondas en el dominio, puesto que a muy alta frecuencia la resolución espacial debe ser muy pequeña restringiendo el tamaño de los elementos de dispersión que se quieran incluir en el dominio.
- Luego de una intensiva revisión bibliográfica y además basado en simulaciones, se estableció que la ABC PML propuesta por Berenger es la mejor forma de acotar el dominio de simulación sin afectarlo desde el punto de vista radiativo.
- Para lograr el cálculo de los 1000 pasos de tiempo que tomó la simulación de los resultados presentados, la cantidad de tiempo utilizada en un Pentium IV con 512 MB de RAM fue de aproximadamente 8 minutos.

# Bibliografía


[1] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-14, NO. 3, May 1966.

[2] J-P. Bérenger, "Making use of the PML absorbing boundary condition in coupling and scattering FDTD computer codes,"IEEE Trans. Electromagnetic Compat., Vol. 45, NO. 2, May 2003.

[3] P. Tirkas and C. Balanis, "FDTD for antenna radiation,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 40, NO. 3, March 1992.

[4] D. Katz et al., "FDTD analysis of EM wave radiation from systems containing horn antennas,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 39, NO. 8, March 1991.

[5] Allen Taflove, Wave Motion, Vol. 10, 547-582, 1988.

[6] D. Katz, E. Thiele and A. Taflove, "Validation and extension to 3D of the Berenger PML ABC for FDTD meshes,"IEEE Microwave and guided wave letters, Vol.4 NO. 8, August 1994.

[7] Thomas Milligan, Modern Antenna Design (1985), McGraw-Hill

[8] Constantine Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 2nd Edition (1996), Wiley

[9] H. Jasik, Antenna Enginnering Handbook, 2. edición (1984), McGraw Hill

[10] Sitio web de Rollet: *www.hrollet.co.uk*

[11] Sitio web de Quinstar: *www.quinstar.com*

# Anexo

## Código Matlab

```
% FDTD antena 2D con ABC tipo PML, antena representada como PEC

clear all;

% Constants

npmls = 10;                % Depth of PML region in # of cells

nmax = 1000;               % Number of time steps

ie = 600; ib = ie+1;
ic = ie/2-50;                  % Centro eje X de la antena
ip = ie-npmls;

je = 600; jb = je+1;
jc = je/2;                       % Centro eje Y de la antena
jp = je-npmls;

muo = 4.0*pi*1.0e-7/100;       % Permeability of free space
epso=8.854e-12/100;          % Permittivity of free space
co=1.0/sqrt(muo*epso);   % Speed of light in free space in cms/s
aimp=sqrt(muo/epso);     % Wave impedance in free space
freq=30e+09;              % Frequency of excitation
lambda=co/freq;          % Wavelength of excitation
dx=lambda/25.0;          % FDTD cell size
dt=dx/co/2.0;            % Time step size

% Constantes de material en la PML

pml_depth = dx*npmls; R0 = 1e-5;
sigmax=-3.0*epso*co*log(R0)/(2.0*pml_depth); % Berenger's maximum conductivity
rhomax=sigmax*muo/epso;         % Impedance matching condition for calculation
                                      %                      of the magnetic loss
for m=1:npmls;
    sig(m)=sigmax*((m-0.5)/(npmls+0.5))^2;
    rho(m)=rhomax*(m/(npmls+0.5))^2;
end;

% Constantes de las ecuaciones para las PML con diferencia exponencial

for m=1:npmls;
    re=sig(m)*dt/epso;
```

```
    rm=rho(m)*dt/muo;
    ca(m)=exp(-re);
    cb(m)=-(exp(-re)-1.0)/sig(m)/dx;
    da(m)=exp(-rm);
    db(m)=-(exp(-rm)-1.0)/rho(m)/dx;
end;

% Inicializaci{\'o}n de las matrices de campo y coeficientes

ex = zeros(ie,jb); caex = ones(ie,jb); cbex =
ones(ie,jb)*dt/epso/dx;

ey = zeros(ib,je); caey = ones(ib,je); cbey =
ones(ib,je)*dt/epso/dx;

hz = zeros(ie,je); hzx = zeros(ie,je); dahzx = ones(ie,je); dbhzx
= ones(ie,je)*dt/muo/dx; hzy = zeros(ie,je); dahzy = ones(ie,je);
dbhzy = ones(ie,je)*dt/muo/dx;



% Campos Ex

% PML izquierda y derecha

for i=2:ie;
    for j=2:npmls+1;
        m=npmls+2-j;
        caex(i,j)=ca(m);
        cbex(i,j)=cb(m);
    end;
    for j=jp+1:je;
        m=j-jp;
        caex(i,j)=ca(m);
        cbex(i,j)=cb(m);
    end;
end;

% Campos Ey

% PML arriba y abajo

for j=2:je;
    for i=2:npmls+1;
        m=npmls+2-i;
        caey(i,j)=ca(m);
```

```
        cbey(i,j)=cb(m);
    end;
    for i=ip+1:ie;
        m=i-ip;
        caey(i,j)=ca(m);
        cbey(i,j)=cb(m);
    end;
end;

% Campos Hz

% PML izquierda y derecha

for i=2:ie;
    for j=1:npmls;
        m=npmls+1-j;
        dahzy(i,j)=da(m);
        dbhzy(i,j)=db(m);
    end;
    for j=jp+1:je;
        m=j-jp;
        dahzy(i,j)=da(m);
        dbhzy(i,j)=db(m);
    end;
end;

% PML arriba y abajo

for j=2:je;
    for i=1:npmls;
        m=npmls+1-i;
        dahzx(i,j)=da(m);
        dbhzx(i,j)=db(m);
    end;
    for i=ip+1:ie;
        m=i-ip;
        dahzx(i,j)=da(m);
        dbhzx(i,j)=db(m);
    end;
end;

% Coeficientes PEC en la antena

% lado cerrado guia de onda
caey(ic,jc-10:jc+9) = -1; cbey(ic,jc-10:jc+9) = 0;
```

```
% guia de onda arriba
caex(ic:ic+28,jc+10) = -1; cbex(ic:ic+28,jc+10) = 0;

% guia de onda abajo
caex(ic:ic+28,jc-10) = -1; cbex(ic:ic+28,jc-10) = 0;

% Bocina
caex(ic+29,jc+11) = -1; cbex(ic+29,jc+11) = 0; caex(ic+29,jc-11) =
-1; cbex(ic+29,jc-11) = 0; caey(ic+29,jc-11) = -1;
cbey(ic+29,jc-11) = 0; caey(ic+29,jc+10) = -1; cbey(ic+29,jc+10) =
0;

caex(ic+30,jc+12) = -1; cbex(ic+30,jc+12) = 0; caex(ic+30,jc-12) =
-1; cbex(ic+30,jc-12) = 0; caey(ic+30,jc-12) = -1;
cbey(ic+30,jc-12) = 0; caey(ic+30,jc+11) = -1; cbey(ic+30,jc+11) =
0;

caex(ic+31,jc+12) = -1; cbex(ic+31,jc+12) = 0; caex(ic+31,jc-12) =
-1; cbex(ic+31,jc-12) = 0;

caex(ic+32,jc+13) = -1; cbex(ic+32,jc+13) = 0; caex(ic+32,jc-13) =
-1; cbex(ic+32,jc-13) = 0; caey(ic+32,jc-13) = -1;
cbey(ic+32,jc-13) = 0; caey(ic+32,jc+12) = -1; cbey(ic+32,jc+12) =
0;

caex(ic+33,jc+14) = -1; cbex(ic+33,jc+14) = 0; caex(ic+33,jc-14) =
-1; cbex(ic+33,jc-14) = 0; caey(ic+33,jc-14) = -1;
cbey(ic+33,jc-14) = 0; caey(ic+33,jc+13) = -1; cbey(ic+33,jc+13) =
0;

caex(ic+34,jc+14) = -1; cbex(ic+34,jc+14) = 0; caex(ic+34,jc-14) =
-1; cbex(ic+34,jc-14) = 0;

caex(ic+35,jc+15) = -1; cbex(ic+35,jc+15) = 0; caex(ic+35,jc-15) =
-1; cbex(ic+35,jc-15) = 0; caey(ic+35,jc-15) = -1;
cbey(ic+35,jc-15) = 0; caey(ic+35,jc+14) = -1; cbey(ic+35,jc+14) =
0;

caex(ic+36,jc+16) = -1; cbex(ic+36,jc+16) = 0; caex(ic+36,jc-16) =
-1; cbex(ic+36,jc-16) = 0; caey(ic+36,jc-16) = -1;
cbey(ic+36,jc-16) = 0; caey(ic+36,jc+15) = -1; cbey(ic+36,jc+15) =
0;

caex(ic+37,jc+16) = -1; cbex(ic+37,jc+16) = 0; caex(ic+37,jc-16) =
-1; cbex(ic+37,jc-16) = 0;
```

```
caex(ic+38,jc+17) = -1; cbex(ic+38,jc+17) = 0; caex(ic+38,jc-17) =
-1; cbex(ic+38,jc-17) = 0; caey(ic+38,jc-17) = -1;
cbey(ic+38,jc-17) = 0; caey(ic+38,jc+16) = -1; cbey(ic+38,jc+16) =
0;

caex(ic+39,jc+18) = -1; cbex(ic+39,jc+18) = 0; caex(ic+39,jc-18) =
-1; cbex(ic+39,jc-18) = 0; caey(ic+39,jc-18) = -1;
cbey(ic+39,jc-18) = 0; caey(ic+39,jc+17) = -1; cbey(ic+39,jc+17) =
0;

caex(ic+40,jc+18) = -1; cbex(ic+40,jc+18) = 0; caex(ic+40,jc-18) =
-1; cbex(ic+40,jc-18) = 0;

caex(ic+41,jc+19) = -1; cbex(ic+41,jc+19) = 0; caex(ic+41,jc-19) =
-1; cbex(ic+41,jc-19) = 0; caey(ic+41,jc-19) = -1;
cbey(ic+41,jc-19) = 0; caey(ic+41,jc+18) = -1; cbey(ic+41,jc+18) =
0;

caex(ic+42,jc+20) = -1; cbex(ic+42,jc+20) = 0; caex(ic+42,jc-20) =
-1; cbex(ic+42,jc-20) = 0; caey(ic+42,jc-20) = -1;
cbey(ic+42,jc-20) = 0; caey(ic+42,jc+19) = -1; cbey(ic+42,jc+19) =
0;

caex(ic+43,jc+20) = -1; cbex(ic+43,jc+20) = 0; caex(ic+43,jc-20) =
-1; cbex(ic+43,jc-20) = 0;

caex(ic+44,jc+21) = -1; cbex(ic+44,jc+21) = 0; caex(ic+44,jc-21) =
-1; cbex(ic+44,jc-21) = 0; caey(ic+44,jc-21) = -1;
cbey(ic+44,jc-21) = 0; caey(ic+44,jc+20) = -1; cbey(ic+44,jc+20) =
0;

caex(ic+45,jc+22) = -1; cbex(ic+45,jc+22) = 0; caex(ic+45,jc-22) =
-1; cbex(ic+45,jc-22) = 0; caey(ic+45,jc-22) = -1;
cbey(ic+45,jc-22) = 0; caey(ic+45,jc+21) = -1; cbey(ic+45,jc+21) =
0;

caex(ic+46,jc+22) = -1; cbex(ic+46,jc+22) = 0; caex(ic+46,jc-22) =
-1; cbex(ic+46,jc-22) = 0;

caex(ic+47,jc+23) = -1; cbex(ic+47,jc+23) = 0; caex(ic+47,jc-23) =
-1; cbex(ic+47,jc-23) = 0; caey(ic+47,jc-23) = -1;
cbey(ic+47,jc-23) = 0; caey(ic+47,jc+22) = -1; cbey(ic+47,jc+22) =
0;

caex(ic+48,jc+24) = -1; cbex(ic+48,jc+24) = 0; caex(ic+48,jc-24) =
-1; cbex(ic+48,jc-24) = 0; caey(ic+48,jc-24) = -1;
```

```
cbey(ic+48,jc-24) = 0; caey(ic+48,jc+23) = -1; cbey(ic+48,jc+23) =
0;

caex(ic+49,jc+24) = -1; cbex(ic+49,jc+24) = 0; caex(ic+49,jc-24) =
-1; cbex(ic+49,jc-24) = 0;

caex(ic+50,jc+25) = -1; cbex(ic+50,jc+25) = 0; caex(ic+50,jc-25) =
-1; cbex(ic+50,jc-25) = 0; caey(ic+50,jc-25) = -1;
cbey(ic+50,jc-25) = 0; caey(ic+50,jc+24) = -1; cbey(ic+50,jc+24) =
0;

% Iteraciones temporales
step = 50; for n=1:nmax;

    ex(1:ie,2:je)=caex(1:ie,2:je).*ex(1:ie,2:je)+...
        cbex(1:ie,2:je).*(hz(1:ie,2:je)-hz(1:ie,1:je-1));

    ey(2:ie,1:je)=caey(2:ie,1:je).*ey(2:ie,1:je)+...
        cbey(2:ie,1:je).*(hz(1:ie-1,1:je)-hz(2:ie,1:je));

    % Fuente puntual emitiendo excitacion cosenoidal
    % modulada exponencialmente en la partida
    ey(ic+9,jc)=(1.0-exp(-((n/20.0)^2)))*...
            aimp*cos(2.0*pi*freq*n*dt);

    hzx(1:ie,1:je)=dahzx(1:ie,1:je).*hzx(1:ie,1:je)+...
        dbhzx(1:ie,1:je).*(ey(1:ie,1:je)-ey(2:ib,1:je));

    hzy(1:ie,1:je)=dahzy(1:ie,1:je).*hzy(1:ie,1:je)+...
        dbhzy(1:ie,1:je).*(ex(1:ie,2:jb)-ex(1:ie,1:je));

    hz(1:ie,1:je)=hzx(1:ie,1:je)+hzy(1:ie,1:je);

    if rem(n,step)==0   %Almacena campos cada 50 frames
        s=int2str(n);
        n2=n/step;
        ex_tot(:,:,n2) = ex;
        ey_tot(:,:,n2) = ey;
        hz_tot(:,:,n2) = hz;
        n2
    end

end

% Compute the far fields
ap = 2.1;                                       % Aperture
```

```
R = round(2*ap^2/lambda/dx);    % Fraunhofer distance
T = lambda/dx;                                  % Period of the field
k = 1; phi = 0; x1 = round(R*cos(phi)+ie/2);
y1=round(R*sin(phi)+je/2);

x2 = round((R+T)*cos(phi)+ie/2);
y2=round((R+T)*sin(phi)+je/2);
for phi = -2*pi:pi/180:2*pi
    a = x1;b = y1;c = x2;d = y2;
    x1 = round(R*cos(phi)+ie/2);
    y1 = round(R*sin(phi)+je/2);
    x2 = round((R+T)*cos(phi)+ie/2);
    y2 = round((R+T)*sin(phi)+je/2);

    minx = min([a c x1 x2]);
    maxx = max([a c x1 x2]);
    miny = min([b d y1 y2]);
    maxy = max([b d y1 y2]);

    ex_ff(k) = max(max(ex(minx:maxx,miny:maxy)));
    ey_ff(k) = max(max(ey(minx:maxx,miny:maxy)));
    hz_ff(k) = max(max(hz(minx:maxx,miny:maxy)));
    e_phi(k) = -ex_ff(k)*sin(phi)+ey_ff(k)*cos(phi);
    k = k+1;
end

e_phi_norm = e_phi/max(e_phi);
poynting_vect = e_phi.^2/aimp;
pow_patt_norm = poynting_vect/max(poynting_vect);
db_patt=10*log10(pow_patt_norm);
```