

## Um modelo de análise de insucesso de empresas\*

José Rigoberto Parada Daza \*\*

Neste artigo se elabora um modelo analítico de insucesso de empresas. O suporte central está no uso de coeficientes de produtividade de lucros, de rotação e de endividamento, a partir dos quais são geradas certas estratégias financeiras que levam a empresa a uma atuação ótima, evitando situações conflitivas de insucessos e maximizando o valor presente dos benefícios.

*1. Introdução; 2. Modelo margem-rotação-endividamento (MRE); 3. Condições de insucesso de empresas; 4. Um modelo de estudo de insucesso; 5. Generalização do modelo de insucesso; 6. Considerações gerais; 7. Aplicabilidade e aplicação do modelo.*

### 1. Introdução

No gerenciamento financeiro, se assume implicitamente que uma empresa pode durar indefinidamente e as teorias que se expõem, geralmente, consideram o funcionamento de uma empresa em condições normais. Isto é uma generalização e convém analisar a teoria em uma situação extrema de falência da empresa. A insolvência técnica de uma empresa se define como a impossibilidade de cumprir os compromissos no curto prazo. Frente a esta situação, os credores ou os donos podem pedir judicialmente a falência, o que se traduz na finalização do negócio.

Em teoria financeira, têm-se realizado vários estudos sobre falência, centrados principalmente na busca de variáveis que ajudam a predizê-la. Os estudos de Beaver (1966), Altman (1968), Moyer (1977) e Edmister (1972) têm tido forte predominância nos enfoques de falência, e as conclusões são que, através de certas razões financeiras e fazendo uso da técnica de análise discriminante, pode-se prever, com certa antecipação e algum grau de confiabilidade, a falência de uma empresa.

Os estudos comentados apresentam um enfoque empírico marcante. Entretanto, não se podem enquadrar os modelos comentados num enfoque de gerenciamento adequado para impedir a falência, o que não implica que suas conclusões não sejam relevantes e importantes. Daqui parte-se de um enfoque metodológico diferente, para o modelo de insucesso que se analisará neste artigo. Será apresentado um modelo normativo que possa ajudar as gerências de empresas a gerenciá-las, evitando o insucesso. No modelo que se desenvolve, considera-se como básico o conceito "fluxo de caixa",

\* O autor agradece os comentários dos avaliadores da RBE.

\*\* Da Universidade de Concepción, Chile.

e trata-se de explicitar quais são as variáveis incluídas no fluxo de caixa que o gerente deve administrar. O fluxo de caixa para o modelo será definido em função da margem de lucros, rotação de ativos e nível de endividamento. Em outras palavras, considera-se que o fluxo de caixa não é uma série de dados *ex-post* ou *ex-ante*, mas sim o resultado de decisões que se tomam em preços, custos, canais de venda, combinação de produtos, níveis de inversão, entre outros, aspectos todos implícitos nas variáveis margem de lucro, rotação e endividamento. O modelo que se apresenta tem um corpo teórico próprio e conceitos que são definidos para seu propósito. Portanto, é conveniente esclarecer que somente dentro dos conceitos nele usados pode-se avaliar a benevolência do esquema teórico proposto.

A exposição do artigo obedece à seguinte ordem: desenvolvem-se sinteticamente as concepções do modelo-base que são o comportamento da margem de lucro, da rotação e do endividamento; define-se o que se entende por insucesso de empresa; estabelecem-se as hipóteses centrais sob as quais se desenvolve o modelo, assim como as condições básicas; apresenta-se uma extensão do modelo considerando custo de falência; estabelecem-se algumas limitações do modelo e, por último, desenvolvem-se a aplicabilidade e a verificação do modelo.

## 2. Modelo margem-rotação-endividamento (MRE)

O modelo margem-rotação-endividamento, que se usará na exposição, consiste em decompor diferencialmente a rentabilidade dos proprietários em seus elementos básicos, a saber: margem, rotação e endividamento, analisando o peso relativo de cada uma destas variáveis e sua influência na rentabilidade. Para isso, calculam-se as produtividades marginais da margem de lucro, da rotação e do endividamento que medem o peso relativo de cada componente. Trata-se, portanto, de um modelo linear que, na forma empírica, se obtém usando as técnicas de regressão. A expressão geral é a seguinte:

$$dR = \beta_1 dm + \beta_2 dr + \beta_3 de$$

onde:

$dR$  = variação da rentabilidade dos proprietários de um período em relação a outro

$dm$  = variação da margem de lucros de um período em relação a outro. A margem se define como lucro após o imposto sobre vendas

$dr$  = variação de rotação de um período em relação a outro. A rotação se define como vendas sobre Ativo

$de$  = variação do endividamento de um período em relação a outro. O endividamento se mede por Ativo sobre Capital.

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  = produtividade marginal da margem de lucro, da rotação e do endividamento, respectivamente

As produtividades marginais são variáveis exógenas para o modelo e  $dm$ ,  $dr$  e  $de$  são as variáveis endógenas.

Este modelo foi usado para as empresas chilenas e foram obtidos bons resultados estatísticos, Parada (1985), Contzen & Parada (1986), Córdova-Muñoz (1987), Stuvén (1983) e Coddou (1983). Além das provas estatísticas, nas disposições principais do modelo se estabelecem estratégias a serem seguidas para cada empresa. Seguindo as idéias básicas do modelo original, os riscos econômicos, de liquidez e de endividamento são medidos pela variância das variações da margem de lucro, da rotação e do endividamento, respectivamente.<sup>1</sup> O risco total da rentabilidade se define como a variância das variações da rentabilidade. Aqui não se fará uma discussão teórica acerca do uso da variância como medida do risco para não complicar a tese central do artigo. Ver, a respeito, Mao, 1969, e Markowitz & Levi, 1979.

### 3. Condições de insucesso de empresas

Para fins deste artigo, se define como insucesso de uma empresa a possibilidade do não-pagamento dos compromissos financeiros no curto prazo. Isto não implica falência, a qual, para os fins deste artigo, se referirá ao processo judicial de fechamento da empresa. Desse modo, o insucesso, da maneira definida, não necessariamente implica chegar à quebra judicial, já que antes da falência podem ser efetuadas operações que impeçam a cessação de funções, que podem ser: arranjos voluntários entre credores e devedores através da moratória das dívidas, capitalização das dívidas, liquidação de alguns ativos, decretação de continuidade de giro, entre outras.

O insucesso, em termos operativos, pode ser expresso como a não-cobertura dos compromissos financeiros contratuais com os fluxos de caixa esperados. Este processo implica que a empresa, ao seguir operando em situação de não-cobertura de seus compromissos com o valor presente de seus fluxos de caixa, pode levar à diminuição do patrimônio dos proprietários. Assim, se produz um efeito econômico-financeiro de dupla implicação, pois o insucesso (problema financeiro) pode conduzir à diminuição do patrimônio (problema econômico). Daí a denominação de insucesso econômico-financeiro a este processo.

A origem do insucesso econômico-financeiro deve-se geralmente a uma má gestão empresarial, a qual pode conduzir uma empresa, por motivos internos ou externos, a uma posição crítica de fechamento. Os sintomas do insucesso podem ser observados através de diferentes indicadores financeiros tradicionais de solvência e liquidez. Beaver (1966) e Altman (1968), entre outros, têm buscado os indicadores financeiros que mais identificam os sintomas de falência de um conjunto de empresas.

O exposto anteriormente nos induz a pensar que uma gestão empresarial adequada poderia evitar situações que levariam a possíveis insuces-

<sup>1</sup> Define-se variância das variações da variável  $da$  a:  $\sum (da - \overline{da})^2 / (n - 1)$ , onde  $da$  pode ser igual à margem, à rotação ou ao endividamento, segundo o caso.

tos, e para isso é necessário administrar as principais variáveis que no modelo MRE estão claramente definidas, e que servem de referência para uma boa gestão. Por esta razão, o modelo analítico que se vai expor nos próximos parágrafos pretende explicar o insucesso, tomando como variáveis-chave: a margem de lucros, a rotação de ativos e o endividamento. Em uma primeira etapa de análise, este modelo tem características normativas.

#### 4. Um modelo de estudo de insucesso

Tal como se assinalou, o que se desenvolve é um modelo analítico de explicação de insucesso de empresas, tomando como variáveis-chave as variações em margem de lucros, variações em rotação e variações em endividamento, e assumindo que o modelo MRE, assinalado no item 2 deste artigo, não estabelece os níveis ótimos entre os quais se pode alterar a rentabilidade dos proprietários e seus componentes internos.

##### 4.1 Hipóteses do modelo

1. Existe comportamento racional econômico, o que quer dizer que os empresários maximizam seu patrimônio, expresso como o valor presente dos fluxos esperados de caixa.
2. É possível determinar estatisticamente as produtividades marginais da margem, da rotação e do endividamento.
3. Os conceitos utilizados têm validade dentro do contexto do modelo margem-rotação-endividamento (Contzen & Parada, 1986).
4. Existem custos de falências.
5. A fonte principal de recursos para cobrir os compromissos financeiros (pagamento de juros de passivos e amortizações de capital) são os fluxos operacionais.
6. Na função do valor presente dos fluxos de caixa se trabalha com capitalização de juros na forma contínua.

O modelo pode ser utilizado para simular a gestão do próximo período. A explicação parte do postulado de que se deve maximizar o valor do patrimônio da empresa, o que significa maximizar o valor presente dos fluxos de caixa esperados, sujeitos a certas restrições econômico-financeiras.

Pretende-se, desta forma, maximizar a seguinte função:

$$V = \int_0^n F_t e^{-kt} dt \quad (1)$$

onde:

V = valor do patrimônio da empresa

$F_t$  = fluxo de caixa esperado no período  $t$

K = custo de Capital (taxa de juros) exigida pelos inversionistas

Se  $n$  é muito grande e  $F_t$  é igual para todos os períodos, então (1) se transforma em:

$$V = \frac{F_t}{K} \quad (2)$$

Pondo  $V$  em função das variáveis  $dm$ ,  $dr$  e  $de$ , tem-se que a função a maximizar é a seguinte (ver anexo 1, letra  $a$ ):

$$V(dm, dr, de) = \frac{(dm + 1)(dr + 1)(de + 1)R_{t-1}}{K} C_t \quad (3)$$

onde:

$dm$  = variação da margem de lucros entre o período  $t$  e  $t-1$

$dr$  = variação da rotação de ativos entre o período  $t$  e  $t-1$

$de$  = variação do endividamento entre o período  $t$  e  $t-1$

$R_{t-1}$  = rentabilidade dos proprietários no período  $t-1$  = Lucro depois do imposto  $t-1$ /Capital  $t-1$

$C_t$  = Capital no período  $t$

$K$  = custo de Capital

Na função (3), as variáveis endógenas são  $dm$ ,  $dr$  e  $de$  e o resto são variáveis exógenas no modelo de insucesso. Esta é a função que, ao ser maximizada, leva a incrementar o valor do patrimônio e em sua expressão se pode visualizar explicitamente a incidência das variáveis da gestão financeira, as quais são relevantes em qualquer decisão econômico-financeira, e que são as variáveis margem de lucro, rotação e endividamento. Além disso, observa-se que o valor da empresa em  $t$  depende da rentabilidade que se obteve no período imediatamente anterior, o que significa que se exige como mínimo para o Capital do período  $t$  a rentabilidade do período imediatamente anterior.<sup>2</sup>

A função a maximizar tem restrições que condicionam sua otimização, estando estas relacionadas com as ações que podem provocar insucesso, e que, como se expressou, se traduzem em não cumprir os compromissos financeiros com o fluxo operacional. Portanto, a restrição, em termos operativos, consiste em igualar o fluxo operacional com o valor dos compromissos financeiros. Para este caso, o compromisso financeiro é o pagamento de juros e amortizações de passivos.

<sup>2</sup> Neste caso não se considerou explicitamente a relação que existe entre o custo de capital e o nível de endividamento. Fez-se isto para não se complicar a tese central; contudo, pode-se trabalhar com relações explícitas. Para maior detalhe, ver Parada, J. Rigoberto. *Rentabilidad empresarial*; Universidad de Concepción-Chile, 1988. cap. 16.

Supondo que existem passivos iguais a  $\$P$ , contratados a uma taxa de juros de  $i$ , em um prazo de  $n_1$  períodos, então o pagamento por capital e juros por período é o seguinte:

$$\frac{Pi}{1 - e^{-in_1}} = \text{amortização} + \text{juros} \quad (4)$$

onde:  $e = 2,7182$

Dispõe-se de um fluxo de  $F_t$  que é igual ao lucro depois de impostos ( $U_t$ ), mais o valor da depreciação dos ativos ( $D_t$ ). Neste caso, supõe-se que não existem outros lançamentos contábeis que afetem o lucro, como poderiam ser as amortizações do Ativo nominal, ajustes por inflação, etc. Mantendo a restrição de compromissos financeiros, deve-se verificar que o fluxo operacional deve ser igual aos compromissos financeiros de tal forma que se assegure o funcionamento da empresa no longo prazo, o que, expresso em termos matemáticos, será:

$$U + D = \frac{Pi}{1 - e^{-in_1}} \quad (5)$$

Se o Ativo  $A$  se deprecia em  $n_2$  períodos, a uma taxa  $d$ , dividindo a igualdade (5) pelo Capital e rearranjando os termos, tem-se:

$$\frac{U}{C} = \left(\frac{P}{C}\right) \left(\frac{i}{1 - e^{-in_1}}\right) - \left(\frac{A}{C}\right) \left(\frac{d}{1 - e^{-kn_2}}\right) \quad (6)$$

Se supomos que tanto a empresa como os ativos têm uma longa vida, então (6) é convertida em:

$$\frac{U}{C} = \frac{P}{C} (i) - \frac{A}{C} (d) \quad (7)$$

A relação de endividamento é igual a  $1 + P/C = A/C = e$ ,<sup>3</sup> e rearranjando a equação (7), tem-se:

$$\frac{U}{C} = (e - 1) i + de \quad (8)$$

Sabe-se que  $U/C = R_t$  e que:

<sup>3</sup> No modelo original MRE usa-se a letra  $e$  para a relação do endividamento, e não significa o número neperiano 2,7182 que aparece nas fórmulas (4), (5) e (6).

$$R_t = R_{t-1} * (dR + 1) = \text{rentabilidade do capital em } t$$

$$m_t = m_{t-1} * (dm + 1) = \text{margem de lucros em } t$$

$$r_t = r_{t-1} * (dr + 1) = \text{rotação de ativos em } t$$

$$e_t = e_{t-1} * (de + 1) = \text{relação de endividamento em } t$$

Substituindo as equações anteriores em (8) e rearranjando os termos, tem-se:

$$dR = \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (de + 1) (1 + d) - \frac{i}{R_{t-1}} - R_{t-1} \quad (9)$$

Pelo modelo MRE, se sabe que  $dR = \beta_1 dm + \beta_2 dr + \beta_3 de$ . Substituindo em (9) e reordenando, tem-se:

$$H(dm, dr, de) = \beta_1 dm + \beta_2 dr + de \left[ \beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d) \right] - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d) \frac{i}{R_{t-1}} + R_{t-1} = 0 \quad (10)$$

A igualdade (10) é a restrição do modelo e seu significado é que, se ela é obedecida, garante-se que o fluxo operacional do negócio permite cobrir o pagamento dos compromissos por passivos, isto é, a quota de amortização do capital e os juros que este gera, e que é uma das condições que impedem o insucesso econômico-financeiro. Deve-se assinalar que esta restrição não assegura o pagamento dos dividendos aos proprietários por uma razão operacional, já que, se se está perto da insolvência técnica, é possível que os proprietários não peçam distribuição de lucros, embora no longo prazo se devesse incorporar ao lado direito de (10) o valor dos dividendos como restrição de financiamento. Portanto, a igualdade (10) é uma restrição de insucesso e que, ao cumprir-se, permite assegurar o funcionamento normal de uma empresa.

Em conseqüência, a primeira etapa do modelo se pode resumir a maximizar o valor do patrimônio expresso na igualdade (3) sujeito à restrição da igualdade (10), ou seja, se constrói a seguinte função lagrangiana:

$$U(dm, dr, de) = V_t + \lambda H_t \quad (11)$$

onde:

$$\frac{\partial u}{\partial m} = (dr + 1) (de + 1) \left( \frac{R_{t-1}}{K} \right) C_t + \lambda \beta_1 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = (dm + 1)(de + 1) \frac{R_{t-1}}{K} C_t + \lambda \beta_2 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial e} = (dm + 1)(dr + 1) \left( \frac{R_{t-1}}{K} \right) C_t + \lambda \left[ \beta_3 - \left( \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} \right) (i + d) \right] = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \lambda} &= \beta_1 dm + \beta_2 dr + de \left[ \beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + K) \right] - \\ &- \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (1 + d) + \frac{i}{R_{t-1}} - R_{t-1} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

O significado das igualdades (12) a (14) implica que quando se otimiza a função  $U$ , então, esta função aumenta diante de pequenas variações nas variáveis margem de lucro, rotação e endividamento. Assim, a igualdade (12) mostra que qualquer incremento na margem ( $dm$ ) provoca uma modificação no lucro global  $U$ ; analogamente, pode-se interpretar (13) e (14). A igualdade (15) significa que se o fluxo operacional se modifica em \$1, então, o lucro marginal se modificará segundo a expressão do lado direito da igualdade, isto é, mede a variação infinitesimal no lucro devido a uma pequena variação no fluxo operacional; assim, se o multiplicador de Lagrange  $\lambda > 0$ , então, um aumento no fluxo operacional origina um incremento no lucro.

Entretanto, mais do que a solução algébrica do sistema de equações lagrangianas, o que nos interessa são as interpretações e deduções de política financeira que o sistema envolve. Se resolvemos o sistema de equações de (12) a (15), temos que no ponto ótimo devem resultar as seguintes relações:

$$\beta_1 (dm + 1) = \beta_2 (dr + 1) = (de + 1) \left[ \beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d) \right] \quad (16)$$

A igualdade (16) indica que no ponto ótimo, onde se evita o insucesso financeiro, a variação total na margem deve ser igual à variação total na rotação. Pelo modelo MRE, sabe-se que  $\beta_i d_i$  ( $i =$  margem, rotação, endividamento) é a variação total atribuída a cada uma das variáveis. A principal implicação da política financeira é que qualquer incremento que se espere na margem deve estar necessariamente relacionado com o incremento esperado na rotação e no endividamento. O modelo original de MRE não mostra níveis ótimos para as variáveis  $dm$ ,  $dr$  e  $de$ , tal como se indicou anteriormente; portanto, desta versão podem-se inferir as políticas



a seguir, de tal forma a avaliar, do ponto de vista de política de empresa, o impacto que terão determinadas políticas de preços, custos e financiamento na margem de lucros, na rotação e no endividamento.

No parágrafo anterior, não se deu a interpretação da última parte da igualdade (16). Fazendo uma análise apurada (ver anexo 1, letra b), a igualdade (16) se transforma no seguinte:

$$(de + 1) \left[ \beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d) \right] = (de + 1) \left[ \frac{dR}{de} = \underbrace{\text{Pagamento a emprestadores e fundo de renovação de equipamentos}}_{\text{Incremento líquido na rentabilidade diante de aumentos do endividamento}} \right]$$

$$(de + 1) \left[ \beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d) \right] = \text{produto marginal líquido do endividamento que permite aumentar a rentabilidade}$$

Isto mostra o efeito líquido que tem uma modificação do endividamento e seu impacto na rentabilidade dos proprietários. Em resumo, tem-se que no ótimo, e considerando a possibilidade de insucesso, isto é, que os fluxos operacionais não cubram os compromissos de passivos (amortização de capital e pagamento de lucros), dever-se-ia considerar a igualdade (16) como base de planejamento, e não perdendo de vista que qualquer desequilíbrio pode levar a situações de possíveis insucessos de empresa.

Observa-se, além disso, que os valores  $dm$ ,  $dr$  e  $de$  estão em função das produtividades marginais da margem de lucro, da rotação e do endividamento, e tal como se expressa no modelo original MRE, estes são parâmetros importantes no processo de planejamento financeiro. Calculando os valores das variáveis  $dm$ ,  $dr$  e  $de$  no ponto ótimo, a partir do sistema de equações lagrangianas, tem-se:

$$d^*m = \frac{\beta_2 + \beta_3 - 2\beta_1 - \frac{i}{R_{t-1}} + R_{t-1}}{3\beta_1} \quad (17)$$

$$d^*r = \frac{\beta_1 + \beta_3 - 2\beta_2 - \frac{i}{R_{t-1}} + R_{t-1}}{3\beta_2} \quad (18)$$

$$d^*e = \frac{\beta_1 + \beta_2 - \frac{i}{R_{t-1}} + R_{t-1} + \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d)}{\beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i + d)} \quad (19)$$

Para explicar isto, suponhamos que duas empresas, A e B, estão avaliando as possibilidades de modificar a margem de lucros e ambas têm as mesmas produtividades marginais de rotação e endividamento (igual a 0,8 cada uma); as duas apresentaram uma rentabilidade no período anterior de 0,06, com a mesma taxa de juros dos passivos de 0,30, embora a primeira tenha uma produtividade marginal de margem de 0,1 e a segunda de 0,4; então as variações que se deveria ter na margem para estar no ótimo, de acordo com a igualdade (17), se explica na tabela 1.

Tabela 1  
Valores ótimos de  $d^*m$

Margem ótima	Empresa	A	B
	$dm^*$		5

Outra observação importante sobre os valores ótimos  $d^*m$ ,  $d^*r$ ,  $d^*e$  é a influência que tem a taxa de juros sobre os passivos; deduz-se que a maiores taxas de juros, menores serão as variações da margem e da rotação. No entanto, não é tão clara a relação anterior para o caso do endividamento, já que o incremento na taxa de juros dos passivos está relacionado diretamente com o nível de endividamento do período anterior e das produtividades marginais, e, portanto, a generalização não é tão clara como o caso de  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . Em consequência, pode ser que, a taxas de juros mais altas, o nível marginal no endividamento possa aumentar ou diminuir, o que é justificável do ponto de vista da política financeira, tal como se expressa em Contzen & Parada (1986), onde se analisa o impacto que têm os  $\beta$ s em certas tipologias de empresas. Em conclusão, altas súbitas na taxa de juros de passivos provocam diminuições no diferencial de margem de lucros e de rotação de ativos; por outro lado, não é clara a direção da mudança no diferencial de endividamento.

##### 5. Generalização do modelo de insucesso

No modelo exposto no item anterior, há alguns aspectos que ficaram fora da análise; da mesma forma, a restrição imposta é única, o que pode levar

a uma explicação simplificada da realidade. Em que pese à simplificação, o modelo explica de forma lógica e do ponto de vista da gestão o tema “insucesso de empresas”. Porém, para ser mais realista, foram considerados dois aspectos importantes que alteram operacionalmente a solução estabelecida, exposta nas igualdades (17), (18) e (19) do item anterior.

Um primeiro aspecto importante é a estimação da restrição financeira imposta. Na verdade, considerou-se um único ponto desta restrição, já que se supôs que os fluxos operacionais cobrem em sua totalidade o pagamento dos compromissos. Entretanto, para sermos mais exatos, deve-se esperar, para uma empresa em crescimento, que os fluxos operacionais superem os compromissos de passivos, isto para poder cumprir obrigações com proprietários e pagar dividendos. Em outras palavras, a restrição  $H$  ( $dm$ ,  $dr$ ,  $de$ ), expressa na igualdade (10), passa a ser desigualdade cujo limite inferior é zero. Esta nova condição faz mudar operacionalmente o método de otimização seguido no item anterior.

Um segundo aspecto importante de analisar para o caso de empresas que poderiam fracassar é o custo implícito e explícito da falência. O custo da falência pode ter os seguintes componentes básicos:

- a) custos de liquidação, que se traduzem em uma diminuição do valor dos ativos que se leiloam pelo processo de falência. Estes ativos são vendidos geralmente a um preço menor que aquele que teriam se a empresa não se encontrasse em situação de insucesso financeiro. Estes custos são atribuídos à imperfeição dos mercados secundários de bens físicos;
- b) custos de falência por reorganização constituem custos de difícil quantificação e documentação. São denominados “custos indiretos de falência”, entre os quais se pode mencionar: redução das vendas pela menor credibilidade dos fornecedores que pudessem adquirir uma empresa que está em processo legal de falência; custo da perda de tempo dos executivos, devido a terem que se dedicar ao processo de falência, e possíveis altas súbitas nos custos de produção por liquidação de alguns ativos de produção;
- c) gastos próprios do processo de falência por compensações a terceiros, como: advogados, síndicos, contadores, leiloeiros, etc.;
- d) perdas impositivas de poupanças futuras.

Os custos mencionados não podem ser ignorados, desde que se esteja analisando um processo de insucesso de empresas, quando esta finalmente se declara insolvente. Dos custos mencionados, o mais interessante de ser analisado em um modelo global de insucesso é o que se relaciona com o menor valor que podem ter os ativos no momento da liquidação, e que pudesse levar esses ativos a um valor mais baixo que os passivos que se devem pagar, e que, em um caso extremo, pudesse levar a maiores inconvenientes aquelas empresas que não fossem de sociedade de responsabilidade limitada. Supondo que os ativos caem em \$  $q$  por cada \$ 1 em caso de falência, então devem-se verificar como condição básica as seguintes relações:

$$A(1 - q) \geq P \quad (20)$$

onde:

A = total de Ativos  
P = Passivos

Fazendo transformações algébricas (ver anexo 1, letra c), a desigualdade (20) se transforma em:

$$(qe_{t-1}) de + qe_{t-1} \leq 1 \quad (21)$$

A desigualdade (21) é uma restrição imposta ao modelo, sendo seu objetivo incluir o menor valor que pudessem ter os ativos, no caso em que o insucesso financeiro se transforme em falência.

Com a incorporação dos conceitos mencionados, o problema se reduz ao seguinte delineamento:

$$\text{MAX} = \frac{(dm + 1) (dr + 1) (de + 1)}{k} C$$

sujeito a:

$$H_1 : B_1 dm + B_2 dr + de \left[ B_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i+d) \right] - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i+d) - \frac{i}{R_{t-1}} - R_{t-1} \geq 0$$

$$H_2 : 1 - qe_{t-1} (de + 1) \geq 0$$

onde:

dm = variação (por unidade) na margem de lucro  
dr = variação (por unidade) na rotação  
de = variação (por unidade) no endividamento  
t = período de referência  
 $e_{t-1}$  = relação de endividamento no período  $t - 1$   
 $R_{t-1}$  = rentabilidade dos proprietários no período  $t - 1$   
i = taxa de custo dos passivos  
d = taxa de reposição de ativos  
 $\beta_i$  = produtividade marginal da variável  $i$

O problema anterior pode ser resolvido usando-se as condições de Kuhn-Tucker, as quais dão origem ao seguinte sistema de equações (condições de primeira ordem):

$$L = \emptyset (dm, dr, de) + \lambda_1 H_1 + \lambda_2 H_2 \quad (22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m} = \frac{(dr + 1)(de + 1)}{K} C + B_1 \lambda_1 \leq 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{(dm + 1)(de + 1)}{K} C + B_2 \lambda_1 \leq 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = \frac{(dm + 1)(dr + 1)}{K} C + \left[ B_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}} (i+d) \right] \lambda_1 - e_{t-1} q \lambda_2 \leq 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m} dm + \frac{\partial L}{\partial r} dr + \frac{\partial L}{\partial e} de = 0 \quad (26)$$

$$dm, dr, de \geq 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = H_1 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = H_2 \quad (28)$$

$$H_1 \lambda_1 + H_2 \lambda_2 = 0 \quad (29)$$

$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \quad (30)$$

Este modelo é diferente do exposto no item 4 deste artigo, no sentido de que as igualdades se transformaram em desigualdades, assim como quanto à incorporação de um novo elemento, a existência de possíveis custos de falência. A interpretação econômica de (23) e (24) não difere muito das de (12) e (13) do primeiro modelo. A desigualdade (25) incorpora os custos de falência,  $\lambda_1$  é o valor marginal imputado, ou preço dos fluxos operacionais, e  $\lambda_2$  é o valor marginal imputado dos custos de falência; de acordo com isto, a desigualdade (25) mostra a rentabilidade marginal obtida por endividamento menos o valor imputado dos fluxos financeiros e menos o valor imputado dos custos de falência.

A igualdade (26) é um requisito no caso em que se uma restrição não é obrigatória (diferente de zero), o correspondente à variável deve ser zero ou vice-versa. Esta interpretação é análoga em (29).

De acordo com o que vimos anteriormente, se sabemos que os custos de falência não são suficientemente importantes para impedir que os ativos líquidos sejam superiores aos passivos, então este modelo geral conduz ao primeiro modelo estudado na seção anterior. Em termos matemáticos, isto implica que se  $q \leq \frac{1}{e_t}$ , então, de todas as formas se verifica que

$A(1 - q) \geq C$ , e, portanto, a segunda restrição que condiciona o problema não é obrigatória, isto é, diferente de zero, o que, pelo teorema de Kuhn-Tucker, obriga que o valor do lagrangiano  $\lambda_2 = 0$ , o que transforma o segundo modelo no primeiro; ou seja, o primeiro modelo é um caso particular que pode adquirir validade quando a empresa tem ativos tais que, de todas as formas, podem servir para pagar os compromissos financeiros, apesar da existência dos custos de falência.

A solução algébrica deste segundo modelo não é oferecida neste artigo, já que podem surgir vários pontos de solução, dependendo fundamentalmente dos valores que tenham  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ .

## 6. Considerações gerais

O que se pretende com os modelos é dar um marco teórico do insucesso financeiro de uma empresa, de uma ótica própria de direção. Isto significa que o administrador financeiro, ao estabelecer planos contingenciais e estratégicos, não pode perder de vista as variáveis-chave que são apresentadas nos modelos analisados. As soluções algébricas dos modelos dão valores, entre os quais podem variar a margem, a rotação e o endividamento, em cujos componentes recaem todas as políticas e táticas financeiras. Assim, por exemplo, qualquer política de preços, de custos, de inversões e financiamento afeta os níveis de margem, de rotação e de endividamento. A dificuldade que se enfrenta, portanto, é ver qual o valor que tomarão estas variáveis para evitar-se possíveis insucessos. No delineamento que se realizou, considera-se que o insucesso financeiro e a possível falência são, em parte, gerenciáveis pela direção e, portanto, a análise deve ser enfocada a partir da empresa, e não em direção a ela. Este último fato implica que os insucessos de empresas não se devem principalmente a fatores macroeconômicos, como poderiam ser, por exemplo, diminuições de demanda, restrições de crédito, altas súbitas nas taxas de lucros, etc. Frente a essas variáveis macroeconômicas, os diretores devem estar avaliando constantemente as tendências do ambiente sócio-econômico, visando suas ameaças e oportunidades e analisando suas forças e debilidades para optar pelas estratégias e táticas adequadas, as quais se resumem, finalmente, a valores de margem de lucro, de rotação e de endividamento.

Nessa perspectiva, os insucessos de empresas seriam uma consequência, basicamente, de uma determinação incorreta das tendências futuras

<sup>4</sup> A equação é obtida a partir de (21), já que  $1 \geq qe_{t-1}(d+1) \Rightarrow 1 \geq qe_t \Rightarrow \frac{1}{e_t} \geq q$ .

das variáveis macroeconômicas. Estes erros do presente são os que levam as empresas a dificuldades quando se deparam com futuros problemas sócio-econômicos, isto é, o insucesso da empresa começa a originar-se antes das crises macroeconômicas, ao não serem avaliadas corretamente as tendências básicas. É na etapa de diagnóstico e prognóstico que os diretores têm importância primordial. Por esta razão é que se assume nos modelos apresentados que o insucesso pode ser simulado com antecipação, através de um gerenciamento de empresa adequado.

A análise que se faz é, portanto, uma extensão do modelo MRE, o qual se tem apresentado como um marco teórico de gestão econômico-financeira, e que não considera valores ótimos em suas variáveis-chave, situação que se conceitualiza no modelo apresentado nas seções anteriores.

## 7. Aplicabilidade e aplicação do modelo

Igualmente ao modelo original de margem-rotação-endividamento, o que aqui se desenvolveu é uma abstração estabelecendo certos padrões, com coerência teórica, que permitam relacionar fatos econômicos de insucesso de empresa. Nesse sentido, todo intento teórico é uma abstração da realidade, já que se incorre, às vezes, em simplificações excessivas, com o objetivo de explicar certos fenômenos. Nesta perspectiva, o modelo desenvolvido é um intento teórico com os problemas próprios que isto envolve. Todavia, se um enfoque teórico segue padrões metodológicos básicos de investigação, podem-se compensar as simplificações e sua utilidade se firma ao aclarar, com coerência teórica, as hipóteses propostas.

Apesar disso, o modelo, do ponto de vista normativo, pretende dar algumas orientações de gestão financeira para evitar chegar a situações extremas de falência. Portanto, sua aplicabilidade depende da validade e confiabilidade na determinação das produtividades marginais de rotação, margem e endividamento. Se estes parâmetros são estatisticamente confiáveis, pode-se substituí-los nos modelos de otimização propostos e simular as prováveis tendências que podem tomar as variações em margem, rotação e endividamento.

Deve-se ressaltar que o processo de determinação das produtividades marginais apresenta certas dificuldades que podem distorcer os resultados, como por exemplo: problemas de formulação do modelo MRE, multicolinearidade entre taxas, estimação do modelo global (existência de erros estatísticos, não-inclusão de variáveis, erros de especificação, etc.). Igualmente, podem-se produzir distorções pelo uso de dados contábeis, aspectos todos assinalados em Contzen & Parada (1986, p. 261-2).

### Ânexo 1

a) Determinação da função objetivo a maximizar

$$V = \int_0^n F_t e^{-kt} dt$$

$$\text{Se } n \rightarrow \infty \text{ e } F_t = U_t + D_t = F_{t+1} = F_{t+2} = \dots = F$$

então:

$$V = \frac{U_t + D_t}{K}$$

onde:

- K = taxa de custo de Capital
- $U_t$  = lucro depois do imposto no período  $t$
- $D_t$  = depreciação de equipamentos no período  $t$
- $F_t$  = fluxo operacional no período  $t$
- $e = 2,7182$

Dividindo numerador e denominador por  $C_t = \text{Capital}$ , tem-se:

$$V = \frac{(U/C)_t + (D/C)_t}{K/C_t}$$

onde:

$$\text{Capital} = \text{Ativo} - \text{Passivo} = A_t - P_t = C_t$$

Se o equipamento se deprecia linearmente em  $n$  períodos, então  $D = A/n$ . Substituindo, tem-se:

$$V = \frac{(U/C)_t + (A/C)_t (1/n)}{K} C_t$$

Mas,

$U/C = R_t = m_t r_t e_t$  e  $A/C = e = \text{relação de endividamento do modelo MRE}$

então, tem-se:

$$V = \frac{m_t r_t e_t + e_t (1/n)}{K} C_t$$

Mas se sabe que:

$$m_t = m_{t-1} (dm + 1)$$

$$r_t = r_{t-1} (dr + 1)$$

$$e_t = e_{t-1} (de + 1)$$

onde:



$m_t$  = margem no período  $t$   
 $r_t$  = rotação no período  $t$   
 $e_t$  = relação de endividamento no período  $t$   
 $dr, dm$  e  $de$  = variação em rotação, na margem e no endividamento, respectivamente  
 $t-1$  = período imediatamente anterior a  $t$

Substituindo e reordenando, tem-se:

$$V = \frac{(dm + 1)(dr + 1)(de + 1)m_{t-1} \cdot r_{t-1} \cdot e_{t-1} + e_{t-1}(de + 1)1/n}{K} C_t$$

Se o período de depreciação é grande, então, a função a otimizar reduz-se a:

$$V = \frac{(dm + 1)(dr + 1)(de + 1)R_{t-1}}{K} C_t$$

b) Dedução e explicação das condições do ótimo

Dividindo-se (12) por (13), (13) por (14) e (12) por (14), tem-se:

$$\beta_1(dm + 1) = \beta_2(dr + 1) = (de + 1)\left(\beta_3 - \frac{e_{t-1}}{R_{t-1}}(i + d)\right)$$

Sabe-se que

$$\frac{e_{t-1}}{R_{t-1}}(i + d) = \frac{A_{t-1}/C_{t-1}}{U_{t-1}/C_{t-1}}(i + d) = \frac{A_{t-1}}{U_{t-1}}(i + d)$$

onde:

$A_{t-1}$  = total de Ativo no período  $t-1$

$C_{t-1}$  = Capital no período  $t-1$

$U_{t-1}$  = lucro líquido depois do imposto no período  $t-1$

$i$  = taxa de custo dos passivos

$d$  = taxa de depreciação dos ativos fixos

$P_{t-1}$  = Passivo em  $t-1$

Mas,

$$\frac{A_{t-1}}{U_{t-1}}(i + d) = \frac{P_{t-1} + C_{t-1}}{U_{t-1}}(i + d) =$$

$$\frac{P_{t-1} i}{U_{t-1}} + \frac{C_{t-1} i}{U_{t-1}} + \frac{A_{t-1} d}{U_{t-1}}$$

Mas,

$$(P_{t-1}) i = \text{juros em } t-1 = J_{t-1}$$

$$(A_{t-1})d = \text{depreciação em } t-1 = D_{t-1}$$

então:

$$= \frac{I_{t-1}}{U_{t-1}} + \frac{i}{\frac{U_{t-1}}{C_{t-1}}} + \frac{D_{t-1}}{U_{t-1}} =$$

$$= \frac{I_{t-1}}{U_{t-1}} + \frac{i}{R_{t-1}} + \frac{D_{t-1}}{U_{t-1}} =$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ Juros sobre os lucros	$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ Custo da dívida em relação à rentabi- lidade	$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$ Depre- ciação sobre os lucros
--	---	---

Ordenando, tem-se:

$$= \frac{I_{t-1} + D_{t-1}}{U_{t-1}} + \frac{i}{R_{t-1}}$$

$\underbrace{\hspace{2.5cm}}$ Parte dos lucros des- tinada a pagar os juros do empréstimo e a reposi- ção de ativos	$\underbrace{\hspace{2.5cm}}$ Parte da rentabilidade dos proprietá- rios que se consome como juros de passivos
---	---

Retomando a igualdade original em função das novas variáveis, tem-se:

$$(de + 1) \left[ \beta_3 - \left( \frac{I_{t-1} + D_{t-1}}{U_{t-1}} + \frac{i}{R_{t-1}} \right) \right]$$

$$(de + 1) \left[ \frac{\partial R}{\partial e} - \text{Pagamento a emprestadores e reposição de equipamentos} \right]$$

Incremento líquido na rentabilidade diante do aumento do endividamento

Produto marginal líquido do endividamento  
que permite aumentar a rentabilidade

c) Determinação da restrição pelos custos de falência

Seja:

$A_t$  = total de Ativos em  $t$

$P_t$  = total de Passivos em  $t$

$C_t$  = Capital em  $t$

$U_t$  = lucros depois do imposto em  $t$

$e_t$  = relação de endividamento =  $A/C$  em  $t$

$q$  = perdas do valor dos ativos por cada \$ 1 no caso de falência

Propõem-se como restrição:

$$A_t(1-q) > P_t$$

$$A_t - qA_t > P_t$$

$$P_t + C_t - qA_t > P_t$$

$$C_t > qA_t$$

Dividindo-se por  $U_t$ , tem-se:

$$\frac{C_t}{U_t} > \frac{A_t}{U_t} q$$

$$\frac{C_t}{U_t} > \frac{C_t}{U_t} q + \frac{P_t}{U_t} q$$

$$\frac{C_t}{U_t} (1-q) > \frac{P_t}{U_t} q$$

$$\frac{(1-q)}{R_t} > \frac{P_t}{U_t} q$$

$$\frac{(1-q)}{R_t} > q \left( \frac{A_t}{U_t} - \frac{C_t}{U_t} \right)$$

$$\frac{(1-q)}{R_t} > q \left( \frac{A_t}{U_t} \right) - \frac{q}{R_t}$$

$$1 > q \left( \frac{A_t}{U} \right) \left( \frac{U}{C_t} \right)$$

Mas,  $A_t/C_t = e_t$

logo:

$$1 > qe_t$$

Mas,  $e_t = e_{t-1} (de + 1)$

logo:

$$1 > qe_{t-1} (de + 1)$$

$$1 - qe_{t-1} (de + 1) > 1$$

### Abstract

This article develops an analytical model for firm failures. The key aspect lays in the use of productivity coefficients for profits; rotation and debt, which generate financial strategies that avoid failure situations while maximising the present value of the benefits.

### Referências bibliográficas

Altman, Edward. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *Journal of Finance*, 23: 589-609, Sept. 1968.

- . Bankruptcy and reorganization. In: Altman, Edward J. *Financial handbook*. 5. ed. New York, John Wiley, 1982.
- . Corporate financial distress. New York, John Wiley, 1983.
- . A further empirical investigation of the bankruptcy cost question. *Journal of Finance*, 39, Sept. 1984.
- Beaver, W. Alternative accounting measures as predictors of failure. *The Accounting Review*, Jan. 1968.
- Coddou, B. Victor. Análisis para diversas empresas del equilibrio, liquidez y rentabilidad. Investigación no publicada. Chile, Departamento de Administración, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Concepción, 1983.
- Contzen, Patricia & Parada, José R. Rentabilidad empresarial: un nuevo enfoque. *Cuadernos de Economía*, Santiago, Pontificia Universidad Católica de Chile, n. 69, 1986.
- Copeland, T. & Weston, F. *Financial theory and corporate policy*. Addison-Wesley P. 1980. cap. 11.
- Edmister, Robert. An empirical test of financial ratio analysis for small business failure prediction. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7, Mar. 1972.
- Kuhn, H. W. & Tucker, A. Teorema de Kuhn y Tucker. In: *Economía de la empresa*. Naylor, T. & Vernon, J. 1973. p. 166-72.
- Le Fort, G. & Vial, J. El problema del endeudamiento interno. Aspectos analíticos. In: *Deuda interna y estabilidad financiera*. Argentina, Grupo Editor Latinoamericano, 1987. v. 1.
- Mao, C. Jame. Models of capital budgeting, E-V vs E-S. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 4:657-75, 1969.
- Markowitz, H. & Levi, H. Approximating expect utility by a function of mean-variance. *AER*, 19(3), June 1979.
- Miller, M. *Debt and taxes*. J.F. Mayo, 1977.
- Modigliani & Miller. Taxes and the cost of capital: A correction, *AER*, June. 1963.
- Moyer, R. Charles. Forecasting financial failure: A re-examination. *Financial Management*, 6, Spring, 1977.
- Parada, José Rigoberto. Margen-Rotación: un enfoque analítico. *Economía y Administración*, Concepción, Chile, 16(32), 1987.
- . *Modelo de valoración y estructura de información bursátil*. Buenos Aires, Federación Ibero-americana de Bolsas de Valores, 1988a.
- . *Rentabilidad empresarial: un enfoque de gestión*. Chile, Universidad de Concepción, 1988b.

Stuven, N. Sigrid. *Potencial de utilidades como función de margen, rotación de los bancos en Chile*. Chile, Investigación Departamento de Administración, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Concepción, 1983.

Van Horne, James. Optimal initiation of bankruptcy proceedings. *Journal of Finance*, 31, June 1976.

Warner, Jerold. Bankruptcy cost; some evidence. *The Journal of Finance*, 37, May 1977.