



## LISTADO 8: SISTEMAS DE EDO

1. Muestre que el vector  $\varphi(t) = e^t(-1, 1, 2)^T$  es solución del sistema de EDO

$$X'(t) = AX(t), \quad \text{donde} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Considere el sistema  $X'(t) = AX(t)$ , donde  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

- a) Muestre que los vectores  $\mathbf{u}(t) = e^t(1, 0, -1)^T$ ,  $\mathbf{v}(t) = e^{-t}(0, -\frac{3}{2}, 1)^T$  y  $\mathbf{w}(t) = e^{2t}(0, 0, 1)^T$  son soluciones del sistema de EDO.
- b) Pruebe que toda combinación lineal  $c_1\mathbf{u}(t) + c_2\mathbf{v}(t) + c_3\mathbf{w}(t)$  es también solución del sistema de EDO, donde  $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$ .
- c) Demuestre que el conjunto  $\{\mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{w}(t)\}$  es linealmente independiente dentro del conjunto de las funciones con dominio en  $\mathbb{R}$  y codominio en  $\mathbb{R}^3$ .

3. Resuelva usando el método de los autovalores:

a) 
$$\begin{cases} x' = -3x + 3y \\ y' = 3x + 5y \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x'(t) = -x + y + z \\ y'(t) = x - y + z \\ z'(t) = x + y + z \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = 5x - y \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} x' = 2x + z \\ y' = y \\ z' = x + 2y \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
e) \begin{cases} x' = -2x - y + z \\ y' = -x - 2y - z \\ z' = x - y - 2z \end{cases} & g) \begin{cases} x'(t) = x + 2y, x(0) = 1 \\ y'(t) = 2x - y, y(0) = -1 \end{cases} \\
f) \begin{cases} x'(t) = x - 2y, x(0) = 4 \\ y'(t) = -2x + 4y, y(0) = 5 \end{cases} & h) \begin{cases} x'(t) = x - y, x(0) = 4 \\ y'(t) = 5x - y, y(0) = 0 \end{cases}
\end{array}$$

4. Resuelva usando el método de variación de parámetros:

$$\begin{array}{ll}
a) \begin{cases} y' = 3x - y - z \\ y' = x + y - z + t \\ z' = x - y + z + 2e^t \end{cases} & c) \begin{cases} x' = 2x - y + e^t, x(0) = 0 \\ y' = x, y(0) = 0 \end{cases} \\
b) \begin{cases} x' = x + y + e^t + e^{-2t} \\ y' = x + y - e^{-t} - 2e^{3t} \end{cases} & d) \begin{cases} x'(t) = t + x, x(0) = 1 \\ y'(t) = y + x, y(0) = 1 \\ z'(t) = x + y + z + e^{-t}, z(0) = 1 \end{cases}
\end{array}$$

5. Reescriba los siguientes sistemas de ecuaciones como un sistema de EDO de primer orden, y resuelva.

$$\begin{array}{ll}
a) \begin{cases} x'' - 3x' + 2y' + 2x = 0 \\ y'' - x' = y' + y \end{cases} & c) \begin{cases} x'' = 3x' + 4y' \\ y'' = 3x' + y' \end{cases} \\
b) \begin{cases} x'' - x + y = \text{sen}(t) \\ x' + 3y' = e^t \end{cases} &
\end{array}$$

6. Escriba la EDO lineal de orden 3 que sigue como un sistema de 3 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, y resuelva:

$$x'''(t) + tx''(t) + 4t^3x'(t) - 2tx(t) = 6te^{-2t}$$