UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Ecuaciones Diferenciales - 220135
Semestre II, 2019

LISTADO 1: INTRODUCCIÓN

1. Indique si las siguientes EDO son lineales o no lineales. Justifique.

   a) $xy'(x) - y(x)y'(x) = x^3$

   b) $xy'(x) - e^x y - x^3 = 0$

   c) $x^3y' - e^x y^2 - x^3 = 0$

   d) $x(y'(x))^2 + x^5e^x - e^x y(x) = 0$

2. Verifique que la función $y = y(x)$ es una solución de la EDO dada, e indique el (o los) dominio(s) de definición de la función y. Asuma que k es una constante real cualquiera:

   a) $\begin{cases} y(x) = x^2 \\ y'(x) = \frac{2y}{x} \end{cases}$

   b) $\begin{cases} y(t) = \frac{-1}{t+k} \\ y' = y^2 \end{cases}$

   c) $\begin{cases} y(x) = e^{x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt \\ y' - 2xy = 1 \end{cases}$

   d) $\begin{cases} y(x) = xe^{-x} \\ xy'' - 2y' - xy = -2e^{-x} \end{cases}$

   e) $\begin{cases} y(x) = e^{-x^2} \\ y' = -2xy \end{cases}$

   f) $\begin{cases} y = e^{-5x} \\ y'' + 10y' + 25y = 0 \end{cases}$

   g) $\begin{cases} y(x) = \ln(x) \\ y' = e^{-y} \end{cases}$

3. Verifique que la función $y = y(x)$ es una solución del PVI dado:

   a) $\begin{cases} y(x) = (2x^2 + 2e^{3x} + 3)e^{-2x} \\ y' + 2y = 6e^x + 4xe^{-2x}, \quad y(0) = 5 \end{cases}$

   b) $\begin{cases} y(x) = 3e^{2x} - 2xe^{2x} - \cos(2x) \\ y'' + 4y' + 4y = -8\operatorname{sen}(2x), \quad y(0) = 2,\ y'(0) = 4 \end{cases}$

   c) $\begin{cases} y(x) = 2x - 1 \\ xy' - y = 1 \quad y(2) = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y(x) = 2 - e^{-x} \\ y'(x) = 1 - \int_0^x y(x-v)e^{-2v}dv, \quad y(0) = 1 \end{cases}$

4. Dibuje el campo de direcciones de la EDO $y'(x) = -\frac{x}{y}$. Bosqueje la solución para la condición inicial $y(0) = 1$. ¿Qué sucede si consideramos la condición inicial $y(0) = 0$?

5. Dibuje el campo de direcciones de las siguientes EDO. ¡No las resuelva!

   a) $y'(x) = \sqrt{x^2 + y^2}$

   b) $y'(x) = y$

6. Considere la EDO $y'(x) = \sqrt[4]{x^2 + 2y^2}$. Muestre que la elipse $x^2 + \frac{y^2}{1/2} = 16$ corresponde al lugar geométrico de todos los puntos del plano por donde pasa una curva integral (curva solución de la EDO) con tangentes paralelas de pendiente 2. (AYUDA: puede apoyarse dibujando el campo de isoclinas asociado a la EDO.)

7. En las EDO que se indican, establezca donde queda garantizada la existencia de al menos una solución, y la existencia y unicidad de soluciones. En todos los casos, considere conocida (y adecuada) la condición inicial $y(x_0) = y_0$.

   a) $y' = \dfrac{y-1}{y-x}$

   b) $y'(x) = 9 - y^2$

8. Suponga que $y = y(x)$ es la solución del siguiente PVI:

$$\begin{cases} y'(x) = x + y^2 \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

   la que, además, posee al menos segunda derivada en $x = 1$. En alguna cercanía de $x = 1$, use la EDO para determinar si la función $y(x)$ es creciente o decreciente, y si la gráfica de $y(x)$ es cóncava hacia arriba o hacia abajo.

9. Encuentre los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $y(x) = e^{\alpha x}$ sea solución de

   a) $y'(x) + 5y(x) = 0$

   b) $y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 0$

   c) $2y'''(x) = y'(x) + y(x)$

10. Si $y = y(x)$, y usando la regla de la cadena, determine la EDO que satisface la relación $x^2y^2 + x^3e^y = 5$.

RVA/rva
16 de Agosto de 2019