UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Cálculo Integral - 220181
Semestre I, 2020

GUÍA 7: SUCESIONES Y SERIES I

1. Encuentre una fórmula para el término general a_n de la sucesión, suponiendo que se mantenga el patrón de los primeros términos

   (a) $\left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots\right\}$

   (b) $\left\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots\right\}$

   (c) $\{2, 7, 12, 17, 22, 27, \dots\}$

   (d) $\left\{-\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, -\frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \dots\right\}$

   (e) $\left\{1, -\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{-8}{27}, \dots\right\}$

   (f) $\{-1, 4, -1, 4, -1, 4, \dots\}$

2. Considere la sucesión $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definida como

$$a_n = \frac{n}{2n+1}$$

   encuentre los primeros seis términos de la sucesión. Intuitivamente hablando, ¿siente usted que la sucesión converge? Y si lo hace, ¿a qué valor lo hace? Demuestre formalmente su respuesta.

3. Estudie la convergencia de las siguientes sucesiones

   (a) $a_n = \dfrac{n^3}{n^3-1}$

   (b) $a_n = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n$

   (c) $a_n = \dfrac{6n^2+1}{n^2+n}$

   (d) $a_n = \dfrac{(-1)^{n-1}n}{n^2+1}$

   (e) $a_n = \dfrac{(2n-1)!}{(2n+1)!}$

   (f) $a_n = n^2e^{-n}$

   (g) $a_n = \sqrt{\dfrac{n+1}{9n+1}}$

   (h) $a_n = n \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$

   (i) $a_n = \ln(2n^2+1) - \ln(n^2+1)$

4. Considere la sucesión definida por

$$a_n = \frac{2n}{3n+1}$$

   (a) ¿Es $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ convergente?

   (b) Calcule las cuatro primeras sumas parciales de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. ¿Es la serie convergente o divergente?

5. Estudie la convergencia de las siguientes series geométricas. En caso que sean convergentes, calcule la suma.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 6(0.9)^{n-1}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}}$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(-9)^{n-1}}$

6. Estudie la convergencia de las siguientes series.

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2-1}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{1/n} - e^{1/(n+1)}\right)$

   INDICACIÓN: re-escriba la expresión como una serie telescópica.

7. Determine si las siguientes integrales son convergentes. Calcule aquellas que lo sean

   (a) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{(3x+1)^2}dx$

   (b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{2x-5}dx$

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2}dx$

(d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t}dt$

(e) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}dx$

(f) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\pi t)dt$

(g) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{3}{x^5}dx$

(h) $\displaystyle\int_{-2}^{3} \frac{1}{x^4}dx$

8. Use el Criterio de la Integral para estudiar la convergencia de las siguientes series. En caso que sean convergentes, estime el valor de la suma después de sumar 100 términos.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n}}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n+1}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+n}$

(f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$

RVA/rva

10 de agosto de 2020