



GUÍA 6, FORMATIVA

1. Calcule las siguientes integrales definidas

$$(a) \int_1^5 \frac{x-1}{x^2(x+1)} dx \quad (b) \int_0^{3/5} \sqrt{9-25x^2} dx \quad (c) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 3 \cos^3(x) dx$$

2. Calcule el área de la región encerrada por el eje x y la gráfica de la función $y(x) = x\sqrt{4-x}$.

3. Encuentre el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las gráficas de $y(x) = xe^{-x}$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$, alrededor del eje x .

4. Encuentre la solución $y = y(x)$ del PVI

$$\begin{cases} x \frac{dy}{dx} = y^3 + y \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

5. Según la Ley de Enfriamiento de Newton, la temperatura $T(t)$ (en $^{\circ}C$) de un cuerpo en un instante t de tiempo (expresado en minutos) se expresa según la siguiente EDO

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$$

donde $k \in \mathbb{R}$ es una constante de proporcionalidad, y T_0 es la temperatura ambiente. Encuentre la función $T(t)$ que describe la temperatura que de un pastel, asumiendo que salió del horno a $250^{\circ}C$ y que el aire tiene una temperatura de $30^{\circ}C$. Asuma $k = -0,2$. ¿Qué temperatura tendrá el pastel después de 5 minutos?

6. Encuentre el volumen del paralelepípedo de lados concurrentes \overline{AB} , \overline{AC} y \overline{AD} para

$$A(1, 6, 1), \quad B(-2, 1, 4), \quad C(3, 0, 0), \quad D(2, 2 - 4)$$

7. Grafique los siguientes puntos y, usando vectores, determine si son vértices de un triángulo rectángulo.

$$A(-2, 6, 3), \quad B(4, 9, 1), \quad C(6, 3, -2)$$

8. Considere la recta $L_1 : (x, y, z) = (1, -2, 2) + t(1, -1, 3)$, $t \in \mathbb{R}$.

(a) Calcule la distancia entre la recta y el punto $A(2, 3, 1)$.

(b) Encuentre la ecuación de la recta L_2 que pasa por $A(2, 3, 1)$ y es perpendicular a L_1 .

(c) Encuentre la ecuación de la recta L_3 que pasa por $A(2, 3, 1)$ y es paralela a L_1 .

9. Encuentre la ecuación del plano Π_1 que es perpendicular al vector $\vec{u} = (1, -1, 3)$ y que pasa por el punto $P_0(2, 1, 0)$. Considere además el plano $\Pi_2 : 3x - y + 2z = -1$. Encuentre $\Pi_1 \cap \Pi_2$ y la medida del ángulo (en radianes) que forman los planos Π_1 y Π_2 .
10. Encuentre el valor de parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que los planos $\Pi_1 : 2x - \alpha y + z = 3$ y $\Pi_2 : 3x + 2\alpha y - \alpha z = 5$ sean ortogonales. Encuentre el conjunto intersección de ambos planos.