UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Evaluación Sumativa 2-Módulo 2. Calculo Diferencial (220164-220166)
Martes 4 de Agosto de 2020

Problema	1(30 puntos)	2 (40 puntos)	3 (30 puntos)	Total puntos	Nota (1-7)

INSTRUCCIONES

- HACER SOLAMENTE LOS EJERCICIOS QUE VIENEN ASIGNADOS, EN CASO CONTRARIO NO SERÁN CONSIDERADOS.
- Escribir sus respuestas con letra clara y legible con lápiz pasta.
- Las respuestas deben venir debidamente justificadas.
- Cada una las hojas de respuestas debe venir con **Nombre y rut** y número de la pregunta.
- Al enviar la resolución de la evaluación, esta debe venir en un archivo pdf, de la siguiente forma:
  Apellido1Apellido2-Nombre-CodigoAsignatura-sección-sumativo2.pdf
- Tiempo disponible para la prueba: Son 80 minutos para *solucionar* los ejercicios planteados y 20 minutos para el *envío* de archivo.

1. *a*) Usar el Teorema del Valor Medio, para probar que $f(x) = x - \ln(1 + x) > 0$, para todo $x > 0$.

   `(15 puntos)`

   b) Determinar una función cúbica, es decir $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

   $$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

   que satisfaga las siguientes condiciones

   - Máximo relativo $(3, 3)$
   - Mínimo relativo $(5, 1)$
   - Punto de inflexión $(4, 2)$

   `Indicación:` $f'(x) = 3a(x - \alpha)(x - \beta)$ `si` $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$ `y` $\alpha \neq \beta$.

   `(15 puntos)`

   c) Usar el Teorema del Valor Medio, para probar que $f(x) = \text{sen}(x) - x\cos(x) \geq 0$, para todo $x \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

   `(15 puntos)`

   d) Determinar una función cúbica, es decir $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

   $$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

   que satisfaga las siguientes condiciones

- Máximo relativo $(2,4)$
- Mínimo relativo $(4,2)$
- Punto de inflexión $(3,3)$

`Indicación:` $f'(x)=3a(x-\alpha)(x-\beta)$ `si` $f'(\alpha)=f'(\beta)=0$ `y` $\alpha\neq\beta$.

`(15 puntos)`

2. Encontrar dominio, intervalos de crecimiento-decrecimiento, máximos-mínimos locales o globales, intervalos de concavidad-convexidad de las funciones asignadas y bosquejar sus gráficas.

   a) $f(x)=x(2x^2+3x-12)$ `(15 puntos)`
   b) $f(x)=\dfrac{x^2}{5x^2-20}$ `(25 puntos)`
   c) $f(x)=x(2x^2-3x-120)$ `(15 puntos)`
   d) $f(x)=\dfrac{x^2}{3x^2-27}$ `(25 puntos)`

3. *a*) Se quiere construir un recipiente cilíndrico de base circular sin tapa, de un litro de capacidad. Hallar el radio y la altura que ha de tener este recipiente para que en su construcción se haga uso de la menor cantidad de material. (volumen cilindro: $\pi r^2 h$)

   `(15 puntos)`

   b) Mostrar que el rectángulo de mayor área, que puede inscribirse en una circunferencia es un cuadrado. `Indicación: Suponer que uno de los lados del rectángulo es paralelo al eje` x `y que la circunferencia es de centro` $(0,0)$ `y radio` R.

   `(15 puntos)`

   c) Se desea cercar una parcela rectangular de 200 m^2 de una finca, aprovechando un muro ya existente, de modo que en ese lado no es necesaria una cerca. ¿Cómo debe ser ese rectángulo para que el costo de la cerca sea mínimo?

   `(15 puntos)`

   d) Mostrar que el triángulo de mayor área, que puede inscribirse en una circunferencia es un triángulo equilátero. `Indicación: Suponer que uno de los lados del triángulo es paralelo al eje` x `y que la circunferencia es de centro` $(0,0)$ `y radio` R.

   `(15 puntos)`