

INMUNIZACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RENTA FIJA TRANSADOS EN CHILE

PABLO VENEGAS¹.

RESUMEN

Este estudio consistió en evaluar si la Duración descrita por Frederick Macaulay es efectiva en la inmunización de una cartera de instrumentos de renta fija frente a los cambios en las tasas de interés de mercado. Para ello se seleccionaron Pagarés Reajustables en Cupones y Letras Hipotecarias, cotizados en la Bolsa de Valores de Santiago de Chile. Una vez seleccionados se procedió a la aplicación de tres modelos de inmunización. Estos consisten, principalmente, en conformar una cartera de activos que tengan la particularidad de que su valor sea igual al de un pasivo (flujos futuros actualizados) y que además la Duración de éste sea igual al de la cartera de activos, de tal forma que el riesgo de la tasa de interés de mercado sea el mismo para ambos. Luego de haber conformado estas carteras, se evaluó si el valor remanente, seis meses después de haber inmunizado, es mayor en la cartera de activos que en el pasivo. A partir de los resultados se concluyó que los modelos ocupados en este estudio no presentaron la misma efectividad para inmunizar la cartera de activos. Por lo tanto, la Duración, descrita por Frederick Macaulay, responderá a la inmunización dependiendo del modelo utilizado.

Palabras claves: Duración, Inmunización, Modelo, Convexidad.

INMUNIZATION OF FIXED INCOME SECURITIES QUOTED OF CHILE. ABSTRACT

The effectiveness of Duration, described by Frederick Macaulay, in immunization of a fixed income securities portfolio considering market interest rate shifts is evaluated. Fixed income securities and bills quoted in Santiago of Chile's stock exchange were selected and three models of immunization applied to them. These models consisted mainly in establishing a portfolio asset, whose value had to be similar to a liability (discounted future flows); their Duration should be shared by both of them. Six months after the application of immunization, remnant value was evaluated to see whether it was higher in the portfolio asset or in liability. Analysis of results show that the models of immunization applied do not have the same effectiveness on the portfolio asset, thus Duration reponds to immunization depending on the model applied.

Keywords: Duration, Immunization, Model, Convexity.

¹ Consultor de Proyectos Agrícolas. Email: pablovefu@yahoo.es; pvenegas@indap.cl.

I. INTRODUCCIÓN.

El concepto de Duración descrito por Frederick Macaulay (Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982), se define como una medida de la longitud de un préstamo y constituye una forma de medir el tiempo promedio con valor actual. Este concepto también se define como la elasticidad precio - tasa de interés de mercado, es decir, cómo varía - en forma porcentual - el precio de un instrumento de renta fija ante cambios porcentuales en la tasa de interés del mercado. Este concepto es objeto de una serie de críticas, referidas principalmente al supuesto implícito del comportamiento de las tasas de interés en el tiempo. Sin embargo, a pesar de las críticas, es un concepto que se sigue utilizando. Uno de los usos de la Duración es el de servir como instrumento para inmunizar una cartera de activos respecto de un pasivo (ambos de renta fija), es decir, cubrirse de la variación del valor del activo respecto de un pasivo, frente a cambios en la tasa de interés de mercado. Dicho uso, hoy en día, es un aspecto relevante para el Mercado de Capitales, dada la nueva normativa legal sobre clasificación de los Fondos Mutuos del mercado chileno, donde se debe incorporar la Duración de la cartera de cada Fondo de Deuda en las *Focus* trimestrales del Fondo.

Esta trabajo pretende evaluar tres modelos de inmunización, uno descrito por Dahl, Meer- aus y Zenios (1999), y los otros dos propuestos en este trabajo. Para ello se seleccionaron instrumentos de renta fija cotizados en la Bolsa de Valores de Santiago de Chile entre julio de 1993 y julio de 1997. Una vez seleccionados, se procedió a conformar carteras de activos y pasivos en los que se aplicó el modelo.

II. OBJETIVOS.

El objetivo de este trabajo es evaluar la efectividad de tres modelos de inmunización, en carteras de renta fija, frente a los cambios en las tasas de interés de mercado, ocupando el concepto de Duración descrito por Frederick Macaulay (op.cit).

III. HIPÓTESIS.

El valor remanente del activo debe ser igual o mayor al del pasivo, luego de haber realizado la inmunización.

IV. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

IV.1. Instrumentos de Renta Fija.

Son instrumentos de renta fija aquellos títulos emitidos en forma seriada por instituciones públicas o privadas, con el objetivo de obtener financiamiento, el que, en la mayoría de los

casos, puede ser de mediano o largo plazo. Su característica fundamental es que poseen una tasa de interés explícita, llamada rendimiento nominal del título; asimismo, se emiten por un monto específico con una fecha de vencimiento también explícita en el título.

El interés que genera el instrumento puede ser pagado en cuotas periódicas hasta el vencimiento del mismo, o bien, puede ser pagado al final del período junto con el monto del principal (bonos cupón cero). Al respecto, Parada (1977) afirma: "existe la posibilidad que aparezca una parte del interés como flotante, situación que ocurre cuando se toma una tasa de referencia, la que puede variar, y sobre esa tasa una cierta cantidad fija".

El Valor Par de un instrumento de renta fija está dado por los flujos actualizados a la tasa de interés explicitada en el título, por un tiempo comprendido entre el momento del cálculo del valor par y la fecha de término estipulada en el título. Este valor constituye el precio intrínseco del instrumento alrededor del cual debe oscilar el precio de mercado. Para el cálculo del precio de compra es necesario conocer el Valor Par del título, cuando éste se expresa como porcentaje de su Valor Par. El inversionista incluye además el riesgo implícito del instrumento en base al costo oportunidad de éste con respecto a activos similares, a través de la tasa de rentabilidad que él desea obtener. La tasa de interés de un instrumento de renta fija puede ser igual o diferente a la tasa de mercado. Por lo tanto, la sumatoria de los flujos generados por el título y descontados a la tasa de interés exigida por el inversionista, representa el valor de compra del instrumento.

IV.2. Administración y Cobertura de Riesgo para Instrumentos de Renta Fija.

La administración del riesgo está interesada, primeramente, en determinar el riesgo al que se está expuesto y el riesgo al que se inmunizará. En segundo lugar, está interesada en evaluar el riesgo de los diferentes *securities* y, en tercer lugar, en la construcción y mantención de portafolios con características específicas de riesgo – retorno. El riesgo financiero es multi-dimensional. Por lo tanto, un prerrequisito para la selección de la exposición al riesgo es la identificación de las formas de riesgo que están presentes. Estas formas se clasifican en:

- Riesgo de mercado (*market risk*).
- Riesgo de forma (*shape risk*).
- Riesgo de volatilidad (*volatility risk*).
- Riesgo de sector (*sector risk*).
- Riesgo de divisa (*currency risk*).
- Riesgo de crédito (*credit risk*).
- Riesgo de liquidez (*liquidity risk*).
- Riesgo residual (*residual risk*).
- Riesgo legal (*legal risk*).
- Riesgo político (*political risk*).
- Riesgo de evento (*event risk*).

Las formas de riesgo que son relevantes en el mercado de instrumentos de renta fija se describen a continuación:

El riesgo de mercado: en el mercado de instrumentos de renta fija, la medición tradicional del riesgo de mercado es el riesgo de la tasa de interés. En términos generales, éste es el riesgo causado por el movimiento total del nivel de las tasas de interés sobre la tendencia de *securities* libres de mora (*default-free securities*). Más específicamente, este es el riesgo asociado con un incremento uniforme en todas las tasas de interés libres de mora.

Riesgo de forma (*shape risk*): es aplicable al mercado de instrumentos de renta fija. Este es el riesgo causado por cambios no paralelos de la tasa de interés sobre la tendencia de los *securities* libres de mora (por ejemplo cambios en la forma del término estructural de las tasas de interés).

Riesgo de volatilidad: los bonos están sujetos a este tipo de riesgo, debido a que la relación precio rendimiento es convexa. Esta propiedad implica que los precios de los bonos se ven más afectados por una unidad de descenso en el rendimiento que por una unidad de incremento del rendimiento. El efecto es más importante mientras más convexa sea la relación rendimiento-precio.

El manejo de carteras de instrumentos de renta fija requiere de una estrategia eficaz de cobertura de riesgo. En este sentido, existen medidas que permiten a los inversionistas una gestión efectiva de sus instrumentos de renta fija. Para ello, es importante saber que la tasa de interés del mercado (riesgo de mercado) influye en el precio de los instrumentos de renta fija y de otros. En el caso de los de renta fija, influye en mayor o menor grado, dependiendo de la sensibilidad de éstos a los cambios en la tasa de descuento. Una subida (baja) de la tasa de interés de mercado produce una baja (alza) en el precio (Martínez, 1993). El precio de cualquier activo que dependa de la tasa de interés es determinado por ésta $r(t)$ y el tiempo t : $P = P(r(t), t)$. Los activos que dependen de la tasa de interés incluyen instrumentos de renta fija, contratos de futuro, opciones y otros, y las carteras de estos tipos de títulos. (Christensen y Sorensen, 1994). Esto puede ser explicado tomando en consideración: a) que los inversionistas esperan recibir tasas de rendimiento similares y b) que el precio de un instrumento de renta fija se puede determinar como el valor presente de sus flujos descontados a la tasa del mercado. Por lo tanto, un aumento o disminución de la misma ejerce una influencia importante sobre el precio de éste.

En el caso que dos bonos tengan el mismo valor de cupón, aquel cuyo plazo de vencimiento sea más largo presentará una mayor sensibilidad ante cambios en la tasa de mercado. Esto puede explicarse debido a la influencia que ejerce el tiempo en el valor presente de los flujos, de tal modo que los más cercanos a la fecha de vencimiento tendrán un valor muy pequeño que ejercerá muy poca importancia relativa en el cálculo del precio del bono. Asimismo, el inversionista sabe que el riesgo de la tasa de interés para los bonos de mayor plazo es superior, dado que existe mayor probabilidad de que la tasa de interés sufra modificaciones durante ese mayor período. Se hace necesario encontrar un mecanismo que permita al inversionista disminuir la volatilidad en la rentabilidad esperada. Para ello es necesario conocer la Duración de un bono teniendo claro que la misma no es exactamente igual a su vencimiento.

El **concepto de Duración** de un bono se interpreta como el período de tiempo promedio en el cual el inversionista puede recuperar la inversión (Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982) y el conocimiento de la misma es vital para llevar a cabo una estrategia de inmunización, de allí que sea importante revisar atentamente este concepto.

El término de Duración fue creado por Frederick Macaulay en 1938 (Bierwag, op.cit.) para representar la “esencia del elemento tiempo de un préstamo” (Williams y Pfeifer, 1982). Macaulay definió y usó la Duración como la medida de la longitud de un préstamo. La misma da importancia al tiempo en que ocurre cada pago y es el valor presente del flujo de fondos para ese período, dividido por el precio actual del título (Boquist, Racette y Schlarbaum, 1975); también constituye una forma de medir el tiempo promedio con valor actual (Casabona, Fabozzi y Francis, 1984). En sus primeros intentos, Macaulay buscó cómo ponderar los períodos de tiempo para cada pago. Después de rechazar las ponderaciones a través del valor futuro de cada pago, eligió usar el rendimiento a vencimiento para descontar pagos futuros, porque “existían dificultades insuperables relacionadas con cualquier intento de descubrir las tasas reales de descuento para cada período semestral futuro” (Bierwag, op.cit.). Macaulay definió la Duración de la siguiente manera:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^m S_n n (1+i)^t}{\sum_{t=1}^m S_n (1+i)^{-t}} \quad (1)$$

donde:

S_n = pago de cupón

n = período de tiempo

I = razón de descuento = $(1+i)^{-t}$

En 1939, Hicks y Macaulay, independientemente, derivaron la ecuación (1). Calculando la elasticidad del precio con respecto a la razón de descuento, ambos usaron la Duración como medida de volatilidad. En 1945, Paul Samuelson (citado en Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982) derivó la ecuación (1), examinando los efectos de la tasa de interés sobre el valor neto de una institución financiera y después calculó la primera derivada de los ingresos y egresos, ignorando el trabajo de Hicks y Macaulay. El lo llamó el “*período de tiempo promedio*”, concluyendo que el crecimiento de las tasas de interés ayudaría a cualquier organización en que el tiempo promedio de sus desembolsos es mayor que el tiempo promedio de sus ingresos. Sin embargo, no formuló un modelo económico formal (Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982). El “*Período Promedio*” de Hicks y la “Duración” de Macaulay son conceptos equivalentes, y son usados también para medir la elasticidad de los precios de los títulos bursátiles (Williams y Pfeifer, 1982). M. Rendington, el año 1952 (citado en Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982), utilizó una metodología similar a la de Samuelson para derivar la ecuación (1). Además, obtuvo la distribución tanto de activos como de pasivos que le permitiera a cualquier inversionista reducir el riesgo de cambios en la tasa de interés. A este concepto lo denominó “*el término medio*”. Es uno de los primeros que considera la inmunización, ya que muestra la

existencia de inversiones que son inmunes a las variaciones de las tasas de interés cuando el término promedio de los activos es igual al de los pasivos (Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982).

El análisis de la Duración lleva implícito una serie de supuestos hasta entonces fueron ignorados por los investigadores; los primeros que explicitan estos supuestos son Fisher y Weil en 1971 (citados en Chambers, Carleton y McEnally, 1988). Uno de estos supuestos consiste en que los cambios en la tasa de interés serán iguales hasta el término de vencimiento, por ejemplo, cambios aditivos. Ambos desarrollaron las condiciones bajo las cuales un portafolio de bonos generará un rendimiento al vencimiento no menor que el esperado al momento de su adquisición, aunque se produzcan cambios en la tasa de interés. Para ello se requiere un horizonte fijo de inversión y que los inversionistas posean un conocimiento simple. Después de la publicación del estudio de Fisher y Weil, las investigaciones han sido dirigidas a las restricciones sobre el comportamiento del término estructural, las que son implícitas cuando se usa una medida de Duración particular; se entiende por término estructural el comportamiento de las tasas de interés del mercado durante un horizonte de tiempo determinado (Chambers, Carleton y McEnally, 1988).

Nuevas definiciones para el concepto de Duración han venido formulándose a lo largo del tiempo entre las cuales están las siguientes: la Duración es la medida de longitud de un préstamo, definición desarrollada por J.R. Hicks y Frederick Macaulay. Es el vencimiento promedio de las series de pagos futuros (Haugen y Wichern, 1974); la Duración es una medida del vencimiento promedio de un flujo de ingresos, siendo esto un promedio ponderado de las fechas en que los pagos son recibidos (Bierwag, 1977). Ante cambios pequeños en el rendimiento: $dP_{it}/P_{it} = -D_{it} * (dr_{it}/r_{it})$ donde dP_{it} y P_{it} corresponden a cambios de precios y al precio inicial del bono, respectivamente. D_{it} corresponde a la Duración del bono en el tiempo t y dr_{it} es el cambio en el rendimiento al vencimiento. La Duración es una constante de proporcionalidad que relaciona el cambio en el porcentaje del precio de un bono con los cambios en el rendimiento (Boquist, Racette y Schlarbaum, 1975).

IV.3. Características de la Duración.

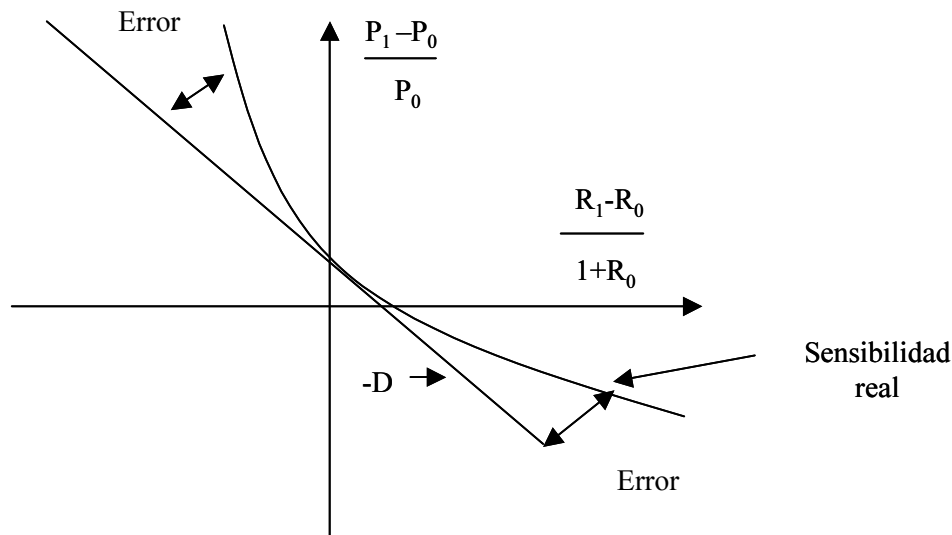
La Duración tiene dos características fundamentales, por una parte es un buen indicador de la vida media de los flujos de pago de un bono; por otra, mide la elasticidad del valor presente de cada flujo con respecto a la tasa de descuento.

El supuesto de que las tasas de interés se mantienen constantes durante todo el período comprendido entre la emisión y el vencimiento del bono, supone una limitación importante para la segunda característica, pues esto implica sólo cambios paralelos en la estructura temporal de las tasas de interés. Es probable que los cambios paralelos no sean los únicos que explican las variaciones en la tasa de interés, por lo que la Duración puede no ser una medida exacta (Cooper, 1977). Algunas premisas con respecto a la duración señalan que cualquier bono que contemple pagos de cupón antes del vencimiento, necesariamente posee una Duración menor que el período de vencimiento; además, dado un precio actual de un bono, mientras mayor sea el pago de cupones periódicos o la tasa de descuento, menor será la Duración (Boquist, Racette y Schlarbaum, 1975).

IV.4. Convexidad.

Se define la convexidad como la segunda derivada del precio con respecto a la tasa de interés, es decir, mide los cambios en la Duración con respecto a esta última. Por lo tanto, ambas determinan la variabilidad de los precios asociados con los cambios en la tasa de interés $r(t)$. Para un cambio menor en la tasa de interés, la Duración entrega una buena aproximación del cambio real en el precio del bono. Sin embargo, el precio de un bono no es una función lineal de la tasa de interés. Por lo tanto, se obtiene una mejor aproximación si se incluye el término de convexidad. Entonces, el retorno de un cambio en las tasas de interés puede ser aproximado por la siguiente relación: $\Delta P/P \cong -D \Delta r + C(\Delta r)^2$ (Christensen y Sorensen, 1994). Según Martínez (1993), la convexidad representa la curvatura de la relación entre el precio del bono y la tasa de interés. Una buena aproximación de esta relación debe tener en cuenta que pueden mejorarse notablemente los ajustes y las estimaciones si se toma en cuenta la convexidad. En la Figura N° 1, puede apreciarse el error de aproximación de la Duración.

FIGURA N° 1
VARIACIÓN DEL PRECIO DE UN ACTIVO ANTE CAMBIOS EN LA TASA DE INTERÉS



Fuente: Sousa, Ezquiaga y Zoido (1992).

Esta figura muestra que la Duración explica con bastante precisión el porcentaje de variación del precio del activo, cuando el porcentaje de variación de las tasas de interés es pró-

ximo a cero (puntos muy cercanos a la intersección del eje y). Es decir, la sensibilidad de cambio del precio ante cambios en la tasa de interés, explicada por la Duración, es similar a la sensibilidad real del activo. Sin embargo, a medida que el porcentaje de variación de las tasas de interés se incrementa, en términos absolutos, la Duración va perdiendo precisión para explicar el porcentaje de variación del precio del activo. En otras palabras, se va incrementando la diferencia (error) de la sensibilidad de cambio del precio de un activo ante cambios en las tasas de interés, explicada por la Duración, respecto a la sensibilidad real. Este error de aproximación que genera la Duración es recogido por la convexidad (sensibilidad real), la que produce ganancias extras sobre el precio de un bono, pues añade otro factor de sensibilidad que repercute directamente sobre éste. Sin embargo, el efecto del tiempo puede fácilmente compensar las ganancias de convexidad, de tal manera que el rendimiento neto de la estrategia de inmunización se vuelva negativo cuando se producen sólo variaciones menores en la tasa de interés. Se ha sostenido que la ganancia obtenida de la convexidad es relativamente pequeña. Esto sucede cuando la cartera está compuesta sólo de bonos (Christensen y Sorensen, 1994).

Como ya se expuso, la Duración mide el cambio porcentual del precio ante una variación porcentual de la tasa de interés. Cuando la variación de la tasa de interés es positiva - aumento de ésta- la variación del precio es negativa y viceversa, es decir, un aumento (disminución) de la tasa de interés provoca una disminución (aumento) del precio del instrumento y es por esta razón que el coeficiente de Duración es negativo. La magnitud del cambio del precio del instrumento equivale al producto entre de la magnitud del cambio porcentual de la tasa de interés y de la Duración o coeficiente de elasticidad; de esta manera, un pequeño cambio porcentual de la tasa de interés puede provocar una variación mayor del precio, en caso que la Duración sea mayor que uno. Si bien es cierto que la Duración está relacionada con la elasticidad precio / tasa de interés, ésta también está asociada con el vencimiento del instrumento. En la medida que la fecha de vencimiento del instrumento sea mayor, mayor será su Duración. Esto se debe a que una variación en la tasa de interés de mercado (tasa de descuento de los flujos futuros del instrumento) afectará la sumatoria de los flujos actualizados, en mayor grado, en los instrumentos de mayor vencimiento que los que presenten uno menor. La Duración es un indicador de riesgo, para instrumentos de renta fija emitidos por similar deudor, ya que, mide la volatilidad del precio de un instrumento frente a cambios en la tasa de interés y, por lo tanto, los instrumentos que presentan mayor vencimiento son los que presentan un mayor riesgo.

IV.5. Usos de la Duración y Convexidad.

El uso básico de la Duración y de la Convexidad es el de instrumentos para controlar el riesgo de pérdida de las carteras que dependen de la tasa de interés (Christensen, Sorensen, 1994). La Duración y la Convexidad expresan en cantidad la sensibilidad de los precios de los bonos frente a los cambios de la tasa de interés. Por lo tanto, son instrumentos importantes para controlar el riesgo del precio causado por los cambios en la tasa de interés. A menudo se utiliza la Duración para inmunizar el flujo de fondos futuros (Christensen y Sorensen, 1994).

En ausencia de incumplimiento, el riesgo de no afrontar compromisos futuros puede ser minimizado adoptando una estrategia de inversión basada en el concepto de Duración. La Duración ha sido importante en la construcción de portafolios, que son protegidos o inmunizados del posible daño de la incertidumbre de las tasas de interés futuras. (Bierwag, 1977).

El análisis de la Duración puede ser aplicado tanto a la **cartera** (del activo) como a las obligaciones (pasivo) ligadas a ella. Así, por ejemplo, si un fondo de inversión ha de generar un determinado flujo de liquidez cada cierto tiempo, con el fin de atender a pagos prefijados, puede ser de interés una estrategia de gestión del activo que trate de cubrir los pagos, haciendo que la Duración de la cartera sea siempre superior a la Duración de los pagos a realizar (Sousa, Ezquiaga y Zoido, 1992).

IV.5.1. Inmunización.

La inmunización puede ser descrita mediante el siguiente ejemplo: un inversionista tiene un pasivo (deuda) con vencimientos en fechas futuras determinadas (flujos futuros del pasivo) y desea crear un portafolio de tal manera que, sin importar una caída o un alza en la tasa de interés, el valor de la cartera en el tiempo sea al menos igual al del pasivo. Esto puede lograrse si la cartera es seleccionada de tal manera que el valor sea igual al valor actual del pasivo, calculado con la estructura de interés actual y si su Duración es igual a la del pasivo.

Si ocurre una variación paralela en la estructura de las tasas de interés, el valor de la cartera y del pasivo cambian. Sin embargo, los cambios se producen de tal forma que el valor de la cartera es por lo menos igual al valor actual del pasivo, ya sea que la tasa de interés suba o baje (Christensen y Sorensen, 1994). Por lo tanto, la inmunización es, en definitiva, la protección del valor nominal de un portafolio frente a cambios en las tasas de interés. Se ha demostrado que, bajo condiciones ideales, este objetivo puede ser alcanzado por la igualación de la longitud del horizonte de inversión con algunas medidas del modelo del flujo de caja asociado con el portafolio. Tales medidas se refieren al concepto de Duración (Chambers, Carleton y McEnally, 1988). Llevar a cabo la inmunización involucra una estrategia básica que consiste en crear un portafolio de bonos en el que la Duración promedio es igual al período planeado. Sin embargo, la medición de la Duración para lograr inmunizar, varía de acuerdo con la naturaleza de los cambios del proceso estocástico asumido en las tasas de interés futuras (Bierwag, 1977).

El modelo tradicional de inmunización desarrollado por Fisher y Weil, el que fue aparentemente la primera evaluación empírica de la inmunización como una estrategia de uso de activos (Chambers, Carleton y McEnally, 1988), trae consigo una serie de supuestos específicos tales como: a) que la cartera sea valorada en una fecha fija del horizonte, b) que no existan ni entradas ni salidas de fondos dentro de este período, y c) que las tasas de interés varíen sólo en forma paralela.

Esta suposición ha sido tema de gran preocupación y se han postulado modelos alternativos del comportamiento de la tasa de interés, cada uno de los cuales implica un instrumento de medición diferente para la Duración (Fong y Vasicek, 1984). No es un misterio que la inmunización basada en la Duración de Fisher-Weil (1971) es válida sólo cuando las variaciones

en la estructura de la tasa de interés son paralelas. Por esta razón se han creado medidas de Duración para una variedad de cambios no paralelos en la tasa de interés como señalan Baber y Copper (1996). Estos autores desarrollan un nuevo enfoque que proporciona un método simple y directo que consiste en utilizar la información histórica para controlar el riesgo de pérdida por concepto de intereses, a través de una estrategia tradicional de inmunización. Para ello aplican el análisis del componente de capital a las variaciones históricas de la tasa de interés de contado y demuestran cómo pueden utilizarse los vectores propios normalizados para inmunizar una cartera en el sentido tradicional de Rendington (1982).

Otra aproximación estándar para lograr la inmunización consiste en emplear un modelo simple de Duración de un solo factor, analíticamente derivado de una creencia previa referente a la naturaleza de los cambios de la tasa de interés. Algunos esfuerzos han empleado modelos multifactoriales que incorporan *a priori* estimaciones estadísticas de las propiedades de los cambios de las tasas de interés. Una estrategia apropiada para inmunizar podría ser simplemente poseer un bono o un portafolio de bonos cuya proyección de flujo de caja duplique exactamente el patrón de necesidades. En ausencia de tales igualdades, el inversionista está expuesto al riesgo de las tasas de interés y a sus efectos sobre la reinversión intermedia de los flujos de caja y sobre el horizonte de precios de los activos. El objetivo de la inmunización es balancear estos elementos de riesgo de tal manera que cualquier variación de las tasas de interés del mercado no afecte el valor del portafolio en el horizonte (Chambers, Carleton y McEnally, 1988). La inmunización no consiste en una estrategia de gestión verdaderamente pasiva. En cada momento en que se produce un pago, hay que proceder a la inmediata reinversión, según el tipo de mercado y de forma que no se altere la Duración del conjunto de la cartera, porque, en caso contrario, los planes de inmunización no podrían sostenerse, como señalan Sousa, Ezquiaga y Zoido (1992).

Lo fundamental de la inmunización es, pues, reinvertir los pagos de cupón con el fin de impedir que caiga la Duración del portafolio, lo que podría generar pérdidas por concepto de cambios en las tasas de interés. Es necesario mantener constante la Duración, aunque esto no impide que se puedan obtener ganancias extras por concepto de reinversión.

IV.6. Críticas al Modelo Tradicional.

El modelo tradicional ha sido objeto de numerosas críticas. La primera y más extendida es que la Duración es útil sólo cuando las curvas de rendimiento son planas. La segunda fue dirigida al uso de un modelo de Duración de un sólo factor para la inmunización de los portafolios. La tercera crítica argumenta que los modelos son completamente determinísticos y no contienen un término de error. Esto se debe a que los primeros investigadores no asumieron un proceso estocástico o asumieron solamente que el proceso estocástico era conocido con certeza. Sin embargo, una vez que se descubrió la existencia de incertidumbre y de diversos procesos estocásticos, fue necesario que se identificara correctamente éstos últimos para poder llevar a cabo una estrategia de inmunización efectiva basada en una Duración más realista. Cuando el proceso estocástico es identificado incorrectamente, el modelo contiene un término de error llamado "riesgo de proceso estocástico". Otra crítica se refiere al supuesto de la perfecta

correlación que debe existir entre las tasas de interés a lo largo de todo el término estructural, lo que implica que el “riesgo del proceso estocástico” puede darse aún si el proceso es identificado correctamente pero no se satisface este supuesto. A pesar de tantas críticas, el modelo tradicional de un solo factor es ampliamente adoptado y sigue vigente, porque es fácil de usar y sus resultados empíricos se comparan favorablemente con los modelos más sofisticados y rigurosos (Bierwag, Kaufman y Toevs, 1982).

V. MATERIALES Y MÉTODOS.

V.1. Materiales.

Para la realización de este estudio se utilizó la base de datos de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, específicamente, las transacciones diarias de instrumentos de renta fija. Dichos datos abarcan las transacciones diarias desde el segundo semestre de 1993 hasta el primer semestre de 1997. La información de las transacciones está compuesta por el nemotécnico del instrumento transado, la fecha de la transacción, la TIR de mercado, el precio del instrumento expresado en porcentaje de su Valor Par, la fecha de vencimiento, el monto y la cantidad transada. Dentro de los instrumentos de renta fija se escogieron los Pagars Reajustables en Cupones (PRC) y las Letras Hipotecarias.

V.2. Metodología.

Para alcanzar el objetivo propuesto, se desarrollaron las siguientes etapas:

V.2.1. Selección de los instrumentos.

La mayoría de los instrumentos de renta fija contenidos en la base de datos de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, presentan irregularidad en sus transacciones, es decir, no todos son factibles de estudiar. Por tal motivo, se tuvo que realizar un seguimiento a las transacciones de cada instrumento, para determinar cuáles de ellos presentan cotizaciones regulares a lo largo del período de estudio. Luego de realizar el seguimiento, se determinó que eran factibles de analizar algunos PRC y Letras Hipotecarias. La caracterización de cada uno de ellos se describe en los Cuadros N° 1 y N° 2.

CUADRO N° 1
DESCRIPCIÓN DE LETRAS HIPOTECARIAS SELECCIONADAS.

Nemotécnico	Instrumento	Emisor	Fecha Emisión	TARE	# Amort.	Amort	Reajuste	Flujo
BHIF-C0193	Letra Hipot.	BHIF	01.1993	7.9973	48	O.D	U.F.	3.2200
BHIF-P30192	Letra Hipot.	BHIF	01.1992	5.5026	48	O.D.	U.F.	2.8400
BHIF-P30193	Letra Hipot.	BHIF	01.1993	5.5026	48	O.D.	U.F.	2.8400
BHIF-P30194	Letra Hipot.	BHIF	01.1994	5.5026	48	O.D	U.F.	2.8400
DES5510193	Letra Hipot.	DES	01.1993	5.5026	48	O.D	U.F.	2.8400
DES5510194	Letra Hipot.	DES	01.1994	5.5026	48	O.D	U.F.	2.8400
DES5510195	Letra Hipot.	DES	01.1995	5.5026	48	O.D	U.F.	2.8400
DES5520193	Letra Hipot.	DES	01.1993	5.4998	80	O.D	U.F.	2.0500
DES5520194	Letra Hipot.	DES	01.1994	5.4998	80	O.D	U.F.	2.0500
DES6510194	Letra Hipot.	DES	01.1994	6.5002	48	O.D	U.F.	2.9900
DES6510195	Letra Hipot.	DES	01.1995	6.5002	48	O.D	U.F.	2.9900
DES6520195	Letra Hipot.	DES	01.1995	6.5007	80	O.D	U.F.	2.2200
EST0040193	Letra Hipot.	BECH	01.1993	5.9974	60	O.D	IVP	2.5200
EST0040194	Letra Hipot.	BECH	01.1994	5.9974	60	O.D	IVP	2.5200
EST0040195	Letra Hipot.	BECH	01.1995	5.9974	60	O.D	IVP	2.5200
EST0060195	Letra Hipot.	BECH	01.1995	6.5029	48	O.D	IVP	2.9900
EST-010193	Letra Hipot.	BECH	01.1993	6.5007	80	O.D	U.F.	
ESTN-10193	Letra Hipot.	BECH	01.1993	6.9997	48	O.D	IVP	3.0700
ESTU120192	Letra Hipot.	BECH	01.1992	5.9996	48	O.D	IVP	2.9170
ESTU120193	Letra Hipot.	BECH	01.1993	5.9996	48	O.D	IVP	2.9170
ESTU120194	Letra Hipot.	BECH	01.1994	5.9996	48	O.D	IVP	2.9170
ESTX200193	Letra Hipot.	BECH	01.1993	5.9999	80	O.D	IVP.	2.1320

Fuente: Bolsa de Valores de Santiago. TARE: Tasa de retorno efectiva; Amort: Amortización en períodos trimestrales; Flujo: Flujos provenientes de la tabla de desarrollo elaborada por la Bolsa en la que consideran, como valor presente, 100 unidades monetarias (U.F. o I.V.P.); O.D: (Ordinaria Directa): amortización programada en cupones en servicios iguales, incluyen interés como el capital del período correspondiente. (U.F.: Unidad de Fomento; I.V.P.= Índice de Valor Promedio) (BHIF: Banco Hipotecario; DES: Banco del Desarrollo; BECH: Banco del Estado de Chile).

Como se observa en el Cuadro N° 1, las Letras Hipotecarias seleccionadas pertenecen a emisiones realizadas por el Banco Hipotecario (BHIF), el Banco del Desarrollo (DES), y el Banco del Estado de Chile (BECH). La vida de éstas va desde 12 hasta 20 años. La amortización es de orden directa, es decir, corresponde a pagos regulares en cupones, con servicios iguales que incluyen tanto la amortización de capital, como del interés del período correspondiente. Su reajustabilidad es tanto en Índice de Valor Promedio (I.V.P.), como en Unidades de Fomento (U.F.)

CUADRO N° 2
DESCRIPCIÓN DE LOS PAGARES REAJUSTABLES EN
CUPONES (PRC) SELECCIONADOS.

Nemoténci	Instrumento	Emisor	Fecha Emisión	TARE	#Amortiz	Amortiz	Reajuste	Flujo
1*0193	PRC	Bco. Central	01.1993	6.593	20	O.D.	U.F.	6.8741
1B0190	PRC	Bco. Central	01.1990	6.593	20	O.D.	U.F.	6.8741
1D0190	PRC	Bco. Central	09.1990	6.593	20	O.D.	U.F.	6.8741
2B0193	PRC	Bco. Central	01.1993	5.070	8	O.D.	U.F.	13.949
2B0493	PRC	Bco. Central	04.1993	5.071	8	O.D.	U.F.	13.949
2B0793	PRC	Bco. Central	07.1993	5.070	8	O.D.	U.F.	13.949
2C1092	PRC	Bco. Central	10.1992	5.071	8	O.D.	U.F.	13.949
2D0193	PRC	Bco. Central	01.1993	5.071	8	O.D.	U.F.	13.949
2D1092	PRC	Bco. Central	10.1992	5.071	8	O.D.	U.F.	13.949
3D0193	PRC	Bco. Central	01.1993	5.071	12	O.D.	U.F.	9.7512
3D0792	PRC	Bco. Central	07.1992	5.071	12	O.D.	U.F.	9.7512
4B0193	PRC	Bco. Central	01.1993	6.593	16	O.D.	U.F.	8.1104
4B0493	PRC	Bco. Central	04.1993	6.592	16	O.D.	U.F.	8.1102
4B0793	PRC	Bco. Central	07.1993	6.593	16	O.D.	U.F.	8.1103
4C0793	PRC	Bco. Central	07.1993	6.593	16	O.D.	U.F.	8.1103
4C1093	PRC	Bco. Central	10.1993	6.596	16	O.D.	U.F.	8.1114
4D0494	PRC	Bco. Central	04.1994	6.593	16	O.D.	U.F.	8.1103

Fuente: Bolsa de Valores de Santiago. Amortiz: amortización en períodos semestrales.

Como se observa en el Cuadro N° 2, estos instrumentos tienen una vida que va desde los 4 a los 10 años. La amortización es ordinaria directa, y su reajustabilidad es sólo en Unidades de Fomento (U.F.).

V.2.2. Selección Períodos de Estudio.

La información adquirida abarca transacciones desde el segundo semestre de 1993 hasta el segundo semestre de 1997. La razón por la que se trabajó con transacciones hasta 1997 es que fue en ese período en que se logró obtener información completa de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile. Como las Letras Hipotecarias presentan servicios trimestrales y sus fechas de pago son en enero, abril, julio y octubre y como los PRC presentan emisiones mensuales (por lo que sus fechas de pago son todos los meses del año), se trabajó con períodos trimestrales en los que las Letras Hipotecarias presentan servicios, desde el segundo semestre de 1993 hasta el segundo semestre de 1997. Sin embargo, en algunos de estos períodos no se presentaban cotizaciones de los instrumentos seleccionados, por lo que los períodos de estudio se redujeron a los siguientes: 07.1993; 10.1993; 01.1994; 04.1994; 07.1994; 10.1994; 01.1995; 04.1995; 07.1995; 01.1996. Cabe destacar que la Duración puede ser más o menos

efectiva dependiendo de la amplitud del período u horizonte de inversión considerado. Al considerar horizontes cortos de inversión, se pueden producir posibles sesgos de la estrategia de Duración; sin embargo, el modelo de inmunización que a continuación se describirá, supone un rebalanceo continuo de su cartera de activos, por lo que la amplitud de su horizonte de inversión es pequeño.

V.2.3. Procedimientos de Cálculo.

Los procedimientos de cálculo empleados para determinar las Duraciones y precios de los instrumentos seleccionados se detallan a continuación:

Transformación de tasas de interés trimestrales, semestrales y anuales:

Sea:

TT : Tasa de interés trimestral.

TS : Tasa de interés semestral.

TA : Tasa de interés anual.

La transformación de la tasa de interés trimestral a una tasa de interés semestral será:

$$TS = (1 + TT)^2 - 1 \quad (2)$$

La transformación de la tasa de interés anual a una tasa de interés semestral será:

$$TS = (1 + TA)^{1/2} - 1 \quad (3)$$

Cálculo del Valor Actual de una Letra o Pagaré y de la Duración:

Sea:

D = Duración

VA = Valor Actual.

C_k = Valor del cupón en el tiempo k .

T = Tasa de descuento.

v = número de períodos de vigencia del crédito.

Tenemos:

$$VA = \sum_{k=1}^v C_k / (1 + T)^k \quad (4)$$

$$D = \left[\sum_{k=1}^v k * C_k / (1 + T)^k \right] / VA \quad (5)$$

Determinación de los precios:

Las Letras Hipotecarias se emiten en IVP y en U.F. y los PRC en U.F.. Al momento de ser transados se convierten a pesos según el valor del índice de reajustabilidad de ese día.

Los precios, para efectos de este estudio, se expresan en U.F., por lo que éstos se calculan considerando el monto cantidad transados y valor del índice de reajustabilidad del día, según las fórmulas siguientes:

- Cuando el instrumento se emite en U.F.:

$$\text{Precio} = (\text{Monto transado}(\$) / \text{Cantidad transada}) / \text{Valor de la U.F. del día} (\$)$$

- Cuando el instrumento se emite en IVP:

$$\text{Precio} = [(\text{Monto transado} (\$) / \text{Cantidad transada}) / \text{IVP} (\$)] * (\text{IVP} (\$) / \text{UF}(\$)).$$

Determinación de intereses generados durante el período por el portafolio:

Consideremos que el porcentaje del Valor Par ($\%V.P.$) es igual a la razón entre el Valor Actual de los flujos del instrumento, descontado a la tasa de mercado, y el Valor Par de éste, es decir:

$$\%V.P. = \left(\sum_{t=n}^v c.f. / (1 + I)^t / \sum_{t=n}^v c.f. / (1 + k)^t \right) \quad (6)$$

donde:

$\%V.P.$ = porcentaje del Valor Par.

$c.f.$ = flujo de caja.

I = tasa de interés de mercado.

k = tasa intrínseca del instrumento.

Con esta relación se puede calcular el Valor Par del instrumento, si consideramos que el precio de mercado equivale al Valor Actual del instrumento, descontado a la tasa de mercado, es decir:

$$\sum_{t=n}^v c.f. / (1 + k)^t = \sum_{t=n}^v c.f. / (1 + I)^t / \%V.P. \quad (7)$$

Una vez hecho el cálculo anterior se puede determinar el interés generado en el período, el cual corresponde a la multiplicación entre el Valor Par del instrumento y la rentabilidad de éste (llevada a tasa de interés semestral), como se expresa en la siguiente ecuación:

$$\text{Interés generado} = V.P. * k \quad (8)$$

donde:

$V.P.$ = Valor Par.

k = Tasa intrínseca del instrumento.

V.2.4. Duraciones y Precios.

Luego de haber seleccionado los PRC y las Letras Hipotecarias (LH) con una cotización homogénea durante el período en estudio, se procedió a realizar los cálculos de la Duración de los instrumentos seleccionados. La Duración fue calculada con la información de la base de datos adquirida de tasas de interés de mercado, vencimientos de los instrumentos a la fecha de cotización, flujos de caja determinados por la tabla de desarrollo y los procedimientos de cálculo descritos más arriba. Cabe destacar que se asumió que las LH seleccionadas no hacen efectiva, a lo largo del período de estudio, su cláusula de prepago. Hay que destacar que cuando se hace efectiva la mencionada cláusula, disminuye la sensibilidad del precio ante cambios de la tasa de interés, es decir, la sensibilidad de la Duración de Macaulay disminuye.

V.2.5. Modelos.

V.2.5.1 Descripción General.

Como ya señaláramos, los PRC son emitidos por el Banco Central y las LH consideradas en el estudio, emitidas por otras instituciones financieras. Para la aplicación del modelo se consideró que el inversionista será un banco distinto al Banco Central. Por lo tanto, el pasivo para el inversionista corresponde a las LH que él emite, y en el caso de los activos, corresponderá a los PRC y las LH emitidas por otras instituciones financieras.

También, como ya dijéramos, inmunización es, en esencia, una estrategia usada para igualar el riesgo de tasas de interés de un portafolio de activos contra flujos futuros de un pasivo. Al momento de transar instrumentos de renta fija, el emisor debe responder por el pago que devengarán los cupones del instrumento transado. El valor del cupón dependerá del rendimiento del instrumento y de la cantidad transada, es decir, su valor para el emisor es independiente de la variación (en el transcurso del tiempo) de la tasa de interés de mercado y, por lo tanto, no existiría riesgo de tasa de interés de mercado para el emisor del instrumento, pero sí para quién lo adquirió, ya que el valor actual de los flujos dependerá de la tasa de interés de mercado, que actualiza los pagos futuros de los cupones. En otras palabras, el riesgo de la tasa de interés estará en los activos de este inversionista y no en sus pasivos. Sin embargo, el modelo de inmunización se justifica cuando, en un determinado momento, el inversionista liquida sus activos y, a su vez, liquida anticipadamente sus pasivos o los adquiere en el mercado con el objeto de tener una ganancia de capital, por la diferencia entre el valor de venta del portafolio de activos y de la compra de su pasivo. En este caso, el riesgo de la tasa de interés es para ambos: activos y pasivos. También se justifica cuando las tasas bajan, puesto que cuando disminuyen éstas, el activo aumenta su valor presente y el pasivo se puede renegociar en mejores condiciones, emitiendo nueva deuda y sirviendo la anterior.

Al momento de aplicar el modelo, el inversionista adquirirá un portafolio de activos que se caracterizará por tener el mismo precio y Duración del pasivo que él emitió. Como el modelo se aplicará en un momento determinado, que no necesariamente coincidirá con la fecha de emisión del pasivo, se presenta la dificultad o restricción de trabajar sólo con LH (pasivo) que se hayan emitido dentro del período de estudio, es decir, entre el 30.06.1993 y 30.06.1997. Para superar este obstáculo, se supuso que el inversionista, al momento de transar su pasivo en el mercado de capitales, invierte en una cartera de activos de cualquier índole (sea una cartera de instrumentos de renta fija, variable o una combinación de ambas) por un valor equivalente al de la transacción del pasivo y que en la fecha en que se aplica el modelo, el inversionista cambiará la cartera de los activos originales por el portafolio, que incluye los instrumentos seleccionados en este estudio.

La expresión general del modelo de inmunización, ya descrito en la revisión bibliográfica, es la siguiente:

$$\text{Maximizar : } \sum K_i * R_i * X_i \quad (9)$$

sujeto a:

$$\sum (P_i * X_i) = P_L$$

$$\sum (K_i * X_i) = K_L$$

$$X_i \geq 0,$$

donde:

K_L = Duración del pasivo o de una LH determinada.

P_L = precio del pasivo o de una LH determinada.

R_i = rentabilidad del activo i .

X_i = ponderación del activo i dentro del portafolio seleccionado.

K_i = Duración del activo i dentro del portafolio seleccionado.

P_i = precio del activo i (U.F.) dentro del portafolio seleccionado.

La función objetivo se interpreta como la rentabilidad del portafolio ponderada por la sensibilidad del precio frente a cambios en la tasa de interés. Por lo tanto, se puede pensar que, con este modelo, se estaría maximizando una mayor sensibilidad del precio frente a la variación de la tasa de interés de mercado. Sin embargo, esta sensibilidad está determinada por la restricción de sensibilidad del pasivo (K_L) del modelo. Por lo tanto, lo que se estaría maximizando, en definitiva, es la rentabilidad del portafolio, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$R \approx (\sum K_i * R_i * X_i) / (\sum (K_i * X_i)). \quad (10)$$

El modelo de inmunización requiere de un balanceo continuo del portafolio de activos frente al pasivo, con el objeto de ajustar las Duraciones y precios de los activos y pasivos en

el transcurso del tiempo. Un balanceo continuo no es factible de realizar, ya que los costos de transacción se elevarían en demasía y afectarían negativamente a la maximización de la función objetivo, por lo que el portafolio se debe rebalancear discretamente.

Según la información obtenida en la Bolsa de Valores de Santiago de Chile, es dificultoso realizar un rebalanceo discreto por la carencia de información respecto de las transacciones en el tiempo de cada instrumento. Por lo anterior se optó por no realizar un rebalanceo discreto al portafolio, sino que aplicar el modelo en una fecha determinada y seis meses después (período que transcurre entre el pago de los cupones de los PRC) determinar el valor remanente del pasivo y del portafolio de activos, con el objeto de evaluar la cobertura de riesgo, realizada por el modelo.

Extensiones de este modelo (Dahl, Meeraus y Zenios, 1999), se describe como sigue: “El resultado del modelo de inmunización debe ser una mezcla de bonos largos (bonos con Duraciones altas) y bonos cortos (bonos con Duraciones pequeñas). La razón de esto es que los bonos largos son más eficientes en maximizar la función objetivo y los bonos cortos son eficientes en igualar la Duración objetivo descrita en la segunda restricción del modelo”.

V.2.5.2. Descripción de los Modelos.

Las variables que se quieren determinar, para maximizar las funciones objetivos de los modelos presentados en esta investigación, son las ponderaciones de los instrumentos que componen el portafolio de activos. Como las restricciones ocupadas en el modelo son 5, la cantidad de instrumentos que componen el portafolio de activos no debe ser superior a 5.

A) Modelo descrito por Dahl, Meeraus y Zenios (1999).

$$\text{Maximizar: } \sum K_i * R_i * X_i + \sum K_i * R_i * Y_i + \sum K_i * R_i * Z_i$$

Sujeto a:

$$1) \quad (P_i * X_i) + \sum (P_i * Y_i) + \sum (P_i * Z_i) = P_L \quad (11)$$

$$2) \quad \sum (K_i * X_i) + \sum (K_i * Y_i) + \sum (K_i * Z_i) = K_L$$

$$3) \quad \sum X_i + \sum Y_i + \sum Z_i = 1$$

$$4) \quad \sum X_i + \sum Z_i \geq A$$

$$5) \quad \sum X_i \geq B$$

$$X_i \geq 0, Y_i \geq 0, Z_i \geq 0$$

donde:

K_L = Duración del pasivo

P_L = precio del pasivo

R_i = rentabilidad del activo i .

X_i = ponderación de un activo i con una Duración inferior a 5.

Y_i = ponderación de un activo i con una Duración superior a 5 e inferior a 10.

Z_i = ponderación de un activo i con una Duración superior a 10.

K_i = Duración del activo i dentro del portafolio seleccionado.

P_i = precio del activo i (U.F.) dentro del portafolio seleccionado.

De las cinco restricciones, las dos primeras son necesarias para inmunizar el portafolio de activos, éstas se refieren a que el precio del portafolio de activos sea igual al precio del pasivo, es decir, que la inversión sea la misma para ambos; y a que la Duración del activo sea igual a la Duración del pasivo, es decir, que el riesgo de cambio del precio frente al cambio en la tasa de interés de mercado sea el mismo para ambos. Según este modelo, la suma de las ponderaciones de X , Y y Z debe ser uno, de tal forma que el valor de las ponderaciones represente un coeficiente de porcentaje. La cuarta y quinta restricción están referidas a la composición de la cartera de activos, es decir, a la relación porcentual entre instrumentos de baja, mediana y elevada Duración. Las letras A y B de estas restricciones denotan los rangos de valores porcentuales en que existe solución factible para el modelo, éstos se obtuvieron, *a priori*, mediante ensayo y error. Para el caso de la letra "A" el rango va desde 0% a 70% y para "B" va desde 0% a 10%, rangos que también son válidos para el modelo que a continuación se describe. Para efectos de resultados, se consideraron cuatro combinaciones de valores de A y B, con el propósito de sensibilizar el modelo. Se consideraron valores medios y altos, ya que la sensibilización con valores bajos arroja resultados similares a la sensibilización realizada con valores medios. Las combinaciones de las restricciones se presentan en el Cuadro N° 3.

**CUADRO N° 3
COMBINACIONES DE LAS RESTRICCIONES PARA MODELO (A).**

Combinación 1		Combinación 2		Combinación 3		Combinación 4	
A	B	A	B	A	B	A	B
40%	8%	60%	8%	40%	4%	60%	4%

Fuente: Elaboración propia en base a desarrollo de este estudio.

Con estas restricciones se pretende obtener una mezcla de bonos cortos y largos (Duraciones pequeñas y altas).

B) Primer Modelo Propuesto:

$$\text{Maximizar: } \sum P_i * R_i * X_i + \sum P_i * R_i * Y_i + \sum P_i * R_i * Z_i$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 1) \quad & (P_i * X_i) + \sum (P_i * Y_i) + \sum (P_i * Z_i) = P_L \\ 2) \quad & \sum (K_i * X_i) + \sum (K_i * Y_i) + \sum (K_i * Z_i) = K_L \\ 3) \quad & \sum X_i + \sum Y_i + \sum Z_i = 1 \\ 4) \quad & \sum X_i + \sum Z_i \geq A \\ 5) \quad & \sum X_i \geq B \end{aligned} \tag{12}$$

$$X_i \geq 0, Y_i \geq 0, Z_i \geq 0$$

donde:

K_L = duración del pasivo

P_L = precio del pasivo

R_i = rentabilidad del activo i .

X_i = ponderación de un activo i con una duración inferior a 5.

Y_i = ponderación de un activo i con una duración superior a 5 e inferior a 10.

Z_i = ponderación de un activo i con una duración superior a 10.

K_i = duración del activo i dentro del portafolio seleccionado.

P_i = precio del activo i (U.F.) dentro del portafolio seleccionado.

Este modelo es similar al anterior, ya que busca inmunizar un portafolio de activos, en donde éste presente una composición de instrumentos similar al modelo ya descrito (mismas restricciones). Se diferencia en la función objetivo: maximizar la generación de recursos, al invertir en un portafolio de activos un monto equivalente al precio del pasivo. Para efectos de resultados, se consideraron cuatro combinaciones de valores de A y B, con el propósito de sensibilizar el modelo, los mismos que se ocuparon en el modelo anterior (ver Cuadro N° 3).

C) Segundo modelo propuesto:

$$\text{Maximizar: } \sum P_i * R_i * X_i + \sum P_i * R_i * Y_i + \sum P_i * R_i * Z_i$$

Sujeto a

- 1) $(P_i * X_i) + \sum (P_i * Y_i) + \sum (P_i * Z_i) = P_L$
- 2) $\sum (K_i * X_i) + \sum (K_i * Y_i) + \sum (K_i * Z_i) = K_L$
- 3) $\sum X_i + \sum Y_i + \sum Z_i = 1$
- 4) $\sum X_i + \sum Z_i \geq A$
- 5) $\sum P_i * R_i * X_i + \sum P_i * R_i * Y_i + \sum P_i * R_i * Z_i \geq P_L * R_L$

$$X_i \geq 0, Y_i \geq 0, Z_i \geq 0$$

donde:

K_L = Duración del pasivo

P_L = el precio del pasivo

R_L = rentabilidad del pasivo

R_i = rentabilidad del activo i .

X_i = ponderación de un activo i con una Duración inferior a 5.

Y_i = ponderación del un activo i con una Duración superior a 5 e inferior a 10.

Z_i = ponderación de un activo i con una Duración superior a 10.

K_i = Duración del activo i dentro del portafolio seleccionado.

P_i = precio del activo i (U.F.) dentro del portafolio seleccionado.

Este modelo maximiza la generación de recursos al invertir en un portafolio de activos un monto equivalente al precio del pasivo. Presenta cinco restricciones, en donde las dos primeras, como ya se ha expuesto, son necesarias para inmunizar el portafolio de activos. La tercera restricción exige que la suma de las ponderaciones de los activos sea igual a uno, de tal forma que el valor de las ponderaciones represente un coeficiente de porcentaje. La cuarta restricción hace referencia a la composición de la cartera de activos, es decir, a la relación porcentual entre instrumentos de baja, mediana y elevada Duración. La letra A de esta restricción denota el rango de valores porcentuales en que existe solución factible para el modelo, estos se obtuvieron, a priori, mediante ensayo y error. El rango va desde 0% a 70%. Para efectos de resultados, se consideraron cuatro valores de A, con el propósito de sensibilizar el modelo. Los valores de la restricción se presentan en el Cuadro N° 4.

CUADRO N° 4
RESTRICCIONES PARA EL MODELO (C).

A	A	A	A
30%	40%	50%	60%

Fuente: Elaboración propia en base al desarrollo de este estudio.

La quinta restricción pretende asegurar una generación de recursos igual o mayor a la del pasivo.

V.2.6. Consideraciones para la Determinación del Portafolio de Activos y Pasivos.

Como ya se expuso, el pasivo está conformado por la LH emitida por el inversionista (institución financiera distinta al Banco Central), y el portafolio de activos por LH emitidas por instituciones financieras distintas a la del inversionista y por PRC. El portafolio de activos no supera los cinco instrumentos, ya que el número de activos es igual o inferior al número de restricciones del modelo, que en este caso son cinco. Estos activos fueron escogidos considerando que el portafolio estuviera compuesto por instrumentos de las diferentes instituciones financieras seleccionadas, pero cada institución financiera tiene disponible uno o más instrumentos para conformar el portafolio de activos, por lo que la elección de éstos se hizo en forma aleatoria. La ponderación de cada instrumento, que compone el portafolio, fue determinada al aplicar la maximización del modelo, dándose el caso que uno o más de los cinco instrumentos presente ponderación cero.

V.2.7 Valor Remanente del Portafolio.

Como ya señaláramos en la sección V.2.6.1, el modelo de inmunización requiere de un rebalanceo discreto. Por la irregularidad de las transacciones de los instrumentos de renta fija, en la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile, no se pudo cumplir con este requerimiento. Por lo anterior se consideró evaluar el portafolio inmunizado en un período, lo menos extenso posible, en que existan transacciones de los instrumentos seleccionados. El período escogido correspondió al semestral, período que además coincide con el pago de los cupones. Por lo tanto, seis meses después de haber aplicado el modelo de inmunización, se observa el valor remanente del portafolio, es decir, el precio del instrumento más el interés generado en el período. Para el caso del portafolio de activos, éste se obtiene de la sumatoria del producto entre el valor remanente y la ponderación de cada activo al momento de inmunizar. En el Cuadro N° 5 se exponen las fechas en que se realizó la inmunización y en qué fechas se observó el valor remanente.

CUADRO N° 5

PERÍODOS DE INMUNIZACIÓN Y DE OBSERVACIÓN DEL VALOR REMANENTE.

Fecha de Inmunización (año/mes)	Fecha de Observación del Valor Remanente (año/mes)
1993.07	1994.01
1993.10	1994.04
1994.01	1994.07
1994.04	1994.10
1994.07	1995.01
1994.10	1995.04
1995.01	1995.07
1995.07	1996.01

Fuente : Elaboración propia en base a información obtenida del portafolio mencionado.

V.2.8. Repeticiones.

El número de repeticiones totales se determina por la suma de las repeticiones de cada período en que se efectuó la inmunización. Las repeticiones para cada período dependerán del número de pasivos existentes en éstos, es decir, del número de pasivos (LH) en los que se aplicará el modelo. Sin embargo, hay que considerar que la aplicación del modelo no siempre tendrá una solución óptima factible, por lo que el número de repeticiones se verá disminuido. Por las razones recién expuestas, el número de repeticiones es de 32.

VI. RESULTADOS.

Luego de haber aplicado los modelos de inmunización en 32 portafolios con solución factible, se obtuvieron las ponderaciones de cada instrumento que compone el portafolio de activos. Posteriormente se procedió a calcular el valor remanente de los pasivos y activos. En el cuadro N°6 se presenta la media de la diferencia entre los valores remanentes del pasivo y del portafolio de activos, para cada combinación de A y B:

CUADRO N° 6
MEDIA DE LA DIFERENCIA DEL VALOR REMANENTE ENTRE EL ACTIVO
Y EL PASIVO.

Modelo	Combin A-B	n	media
Dahl	40-8	32	-0.0107
	60-8	32	-0.0129
	40-4	32	-0.0093
	60-4	32	-0.0099
Propuesto 1	40-8	32	-0.0096
	60-8	32	-0.0097
	40-4	32	-0.0042
	60-4	32	-0.0077
Propuesto 2	30	32	-0.0056
	40	32	-0.0085
	50	32	-0.0074
	60	32	-0.0085

Fuente : Elaboración propia en base a antecedentes de este estudio.

En el Cuadro N° 6 se muestran las diferencias entre el valor del activo y del pasivo (expresado en U.F.), siendo en algunos casos positiva y en otros negativa. El que sea positiva implica que, al cabo de seis meses de haber realizado la inversión en un portafolio de activos, el valor del activo es mayor que el pasivo por lo que se obtiene una ganancia, caso contrario ocurre cuando la diferencia es negativa.

VI.1. Análisis Estadístico.

Para realizar la inferencia estadística se utilizó la distribución t de Student. Las hipótesis nula

(H₀) y alterna (H_a) se describen a continuación:

H₀: la diferencia del valor remanente entre el activo y el pasivo es igual a cero.

H_a: la diferencia del valor remanente entre el activo y el pasivo es menor que cero.

Para 31 grados de libertad y con un α de 0,05, el valor de t , según tabla, es -1,6955.

En el Cuadro N° 7 se presenta el análisis estadístico para cada uno de los modelos:

CUADRO N° 7
ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA CADA MODELO.

Modelo	Combin A-B	n	media	Varianza	Desv. Stand.	T calculado	T Tabla	Aceptación H ₀
Dahl	40-8	32	-0.0107	0.000688	0.02623	-2.3264	-1.6955	NO
	60-8	32	-0.0129	0.000547	0.02339	-3.1189	-1.6955	NO
	40-4	32	-0.0093	0.000727	0.02696	-1.9615	-1.6955	NO
	60-4	32	-0.0099	0.000664	0.02578	-2.1887	-1.6955	NO
Propuesto 1	40-8	32	-0.0096	0.000655	0.02560	-2.1405	-1.6955	NO
	60-8	32	-0.0097	0.000563	0.02373	-2.3150	-1.6955	NO
	40-4	32	-0.0042	0.000891	0.02986	-0.8091	-1.6955	SI
	60-4	32	-0.0077	0.000641	0.02532	-1.7367	-1.6955	NO
Propuesto 2	30	32	-0.0056	0.000742	0.02724	-1.1700	-1.6955	SI
	40	32	-0.0085	0.000873	0.02954	-1.6440	-1.6955	SI
	50	32	-0.0074	0.000699	0.02643	-1.5753	-1.6955	SI
	60	32	-0.0085	0.000676	0.02599	-1.8478	-1.6955	NO

Fuente : Elaboración propia en base a antecedentes de este estudio.

Como se muestra en el Cuadro N° 7 la hipótesis nula es rechazada, en su totalidad, en el modelo descrito por Dahl. Para el primer modelo propuesto se rechaza en tres combinaciones de A y B y en una se acepta. En el caso del segundo modelo propuesto, se acepta la hipótesis nula en tres combinaciones y en una se rechaza.

VII. CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN.

Luego de haber realizado el análisis estadístico se puede concluir lo siguiente:

Los Modelos utilizados en este estudio no presentaron la misma efectividad para inmunizar la cartera de activos. Por lo tanto, la Duración, descrita por Frederick Macaulay, responderá a la inmunización, dependiendo del modelo utilizado.

Los resultados obtenidos se pueden explicar por:

- A) Al inmunizar contra riesgo de mercado, una condición para aminorar el riesgo por volatilidad es rebalancear la cartera en forma discreta. Sin embargo, esto no se pudo realizar por no contar con la información necesaria.
- B) La variación del precio de un instrumento de renta fija. Ésta se debe tanto a los cambios en la tasa de interés de mercado como al tiempo, es decir, a la variación del precio de un periodo de pago a otro. En el primer caso, es decir, los cambios en la tasa de interés de mercado, la Duración es una medida de riesgo para los instrumentos de renta fija, ya que mide el cambio porcentual del precio frente a un cambio porcentual de la tasa de interés de mercado. A medida que la Duración sea mayor, mayor será el riesgo, debido a que será mayor el cambio porcentual del precio para un cambio determinado en la tasa de interés. La Duración, además, está relacionada con la fecha al vencimiento del instrumento, es decir, a medida que el tiempo que resta para el vencimiento del instrumento sea mayor, mayor será la Duración. En el segundo caso, es decir, el tiempo, la variación del precio de un período de pago a otro, es mayor para aquellos instrumentos que presentan menor tiempo de expiración, con relación a aquellos con un mayor tiempo de expiración.

Por lo tanto, podemos decir que los instrumentos, a igual emisor, que tienen una alta Duración, presentan una mayor variación del precio por concepto de cambio en la tasa de interés y menor variación de éste por concepto de tiempo. Por otra parte, los instrumentos, a igual emisor, de baja Duración presentan una menor variación del precio, por concepto de cambio en la tasa de interés de mercado y una mayor variación por concepto de tiempo.

Como se observa en el Cuadro N° 8, los instrumentos de baja Duración (de 1 a 5) presentan una mayor disminución del precio de un período a otro que los instrumentos de duración media (de 5 a 10) y de aquellos de una alta Duración (mayor a 10).

CUADRO N° 8
PORCENTAJE DE DISMINUCIÓN DEL PRECIO DE INSTRUMENTOS
CON DIFERENTES RANGOS DE DURACIÓN.

Duración	% Disminución
Baja	12,92
Media	2,34
Alta	1,26

Fuente : Elaboración propia en base a antecedentes de este estudio.

Del Cuadro N° 8 se puede inferir que las carteras de activos que presentan una mayor ponderación de instrumentos de baja Duración, tienden a presentar una mayor disminución

del valor remanente respecto de aquellas carteras que presentan una baja ponderación de instrumentos de baja Duración.

- C) El modelo de inmunización aplicado sólo protegió a la cartera de activos contra el riesgo de mercado y no contra otros riesgos, tal como, de forma y de volatilidad. Por lo tanto los resultados se pudieron ver afectados por la influencia de los riesgos no inmunizados.
- D) La Duración descrita por Macaulay no es, aparentemente, la más adecuada para la aplicación del modelo sobre los instrumentos del estudio, pues pudiera ser mejor la aplicación de la Duración que involucre el proceso estocástico de las tasas de interés del mercado, lo que podría ser motivo de un nuevo estudio.

BIBLIOGRAFIA.

- BABER, J.R., y M.L. COOPER. 1996. Immunization Using Principal Component Analysis. *The Journal of Portfolio Management*.
- BIERWAG, G.O. 1977. Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rate. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- BIERWAG, G., G. KAUFMAN, and A. TOEVS. 1982. Single Factor Duration Models in a Discrete General Equilibrium Framework. *Journal of Finance*. Vol. 37(2).
- BOQUIST, J., G. RACETTE and G. SCHLARBAUM. 1975. Duration and Risk Assessment for Bonds and Common Stocks. *The Journal of Finance*. Vol. 30(5).
- CASABONA, P., F. FABOZZI, and J. FRANCIS. 1984. How to Apply Duration to Equity Analysis. *The Journal of Portfolio Management*.
- CHAMBERS D.R., W. T. CARLETON, and R. W. McENALLY. 1988. Immunizing Default-Free Bond Portfolios with a Duration Vector. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 23(1).
- CHRISTENSEN P. and B. SORENSEN. 1994. Duration, Convexity, and Time Value. *The Journal of Portfolio Management*.
- COOPER, I.A. 1977. Asset Values, Interest-Rate Changes, and Duration. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- DAHL H., MEERAUS, A. and S. ZENIOS. 1999. Some Financial Optimization Models: I Risk Management, en: *Financial Optimization*, 4ta Edición, Cambridge University Press. pp.: 3-17.

- FONG H.G., O. A. VASICEK. 1984. A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization. *The Journal of Finance*. Vol. 39(5).
- HAUGEN, R.A., and D. W. WICHERN. 1974. The Elasticity of Financial Assets. *Journal of Finance* Pp.:1229-1240.
- MARTÍNEZ, A. E. 1993. *Futuros y Opciones en la Gestión de Carteras*. Madrid, McGraw-Hill 356 pg.
- PARADA, J.R. 1977. El Concepto < Duración > de un Bono, *Alta Dirección*. Vol. 33: 359-366.
- SOUSA R., I EZQUIAGA, y J. ZOIDO. 1992. La Duración y su aplicación al análisis de Gestión de Títulos de Renta Fija. En: *Curso de Bolsa II Instituto Español de Analistas Financiero*. Editor: Fernández de Valderrama, J., 1ra Edición, Editorial Ariel-Económica, Barcelona. pp.: 165-191.
- WILLIAMS, A., and P. PFEIFER. 1982. Estimating Security Price Risk Using Duration and Price Elasticity. *Journal of Finance*. Vol. 37(2).