

UNA NOTA SOBRE METODOLOGÍA DEL CÁLCULO DE LA RENTABILIDAD DEL SISTEMA DE FONDOS DE PENSIONES EN CHILE.

RAÚL CABEZAS FAÜNDEZ, GUSTAVO FUENTES DEL VALLE, J. RIGOBERTO PARADA DAZA¹.

RESUMEN

Este artículo está referido a la evaluación del método para medir la rentabilidad de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones (SAFP), la que se compara con dos métodos alternativos, siendo el primero de ellos el que considera el valor de la cuota desde el 1° de enero al 31 de diciembre de cada año y el segundo un método basado en el cambio en el logaritmo natural de las cuotas, como medida de rentabilidad, con el objetivo de evaluar si existe alguna evidencia estadística que determine discrepancias entre los distintos métodos de evaluar la rentabilidad de los Fondos de Pensiones en Chile. Para esto se considera los valores cuotas de las distintas AFP, desde los años 1982 hasta 1998, con períodos de un año completo. El análisis entrega evidencia estadística significativa respecto del comportamiento de la forma de cálculo de rentabilidad de los fondos de pensiones.

Palabras Claves: rentabilidad, fondos de pensiones.

A NOTE ON CALCULATING PROFITABILITY IN CHILEAN RETIREMENT FUNDS. ABSTRACT.

This article evaluates the method used by the Superintendence of Administrators of Retirement Funds (SAFP) to measure profitability by comparing two alternative methods. The first considers the value of the installment from 1 January to 31 December of each year, whereas the second is based on the change in the natural logarithm of the installments. Our objective is to evaluate whether or not there is statistical evidence of discrepancies between these two evaluation methods for the profitability of Chilean retirement funds. Therefore, calculations were made considering values from various AFPs (retirement funds). These calculations included values for periods of one complete year using data from 1982 through 1998. The analysis results in statistically significant evidence with regards to the behavior of the method of calculation used to measure retirement fund profitability.

Keywords: profitability, retirement funds.

¹ Raul Cabezas es Ingeniero de InChalam; Gustavo Fuentes es Gerente Zonal Dialum, S.A.; Rigoberto Parada es profesor del Departamento de Administración de la Universidad de Concepción.

I. INTRODUCCIÓN.

El objetivo general de este trabajo es verificar si la desviación en el cálculo de la rentabilidad del método de la Superintendencia de AFP, que considera valores cuota promedio, se encuentra dentro de los límites estadísticos aceptables.

Es preciso determinar si la rentabilidad de los Fondos de Pensiones se mide correctamente debido a que afecta, en primer lugar, a las proyecciones de las futuras pensiones de las personas afiliadas, como también a la parte de la economía nacional que está muy ligada a los fondos por la cantidad o volumen de recursos que éstos manejan en el mercado.

Alcance del estudio.

El estudio tiene un enfoque ex-post, es decir se analizarán los datos históricos entre los años 1982 y 1998, considerando valores con períodos de un año completo, para determinar los cálculos de rentabilidad. Por lo tanto, en este trabajo no son realizadas proyecciones.

Hipótesis.

“La rentabilidad calculada por el método oficial de la Superintendencia de AFP, no es igual estadísticamente a la calculada según el método de rentabilidad por año calendario y el método de cambio en el logaritmo natural”.

II. METODOS A UTILIZAR EN EL CALCULO DE RENTABILIDADES.

Los métodos empleados se describen a continuación:

II.1. Método de la Superintendencia de AFP (SAFP).

Según la SAFP, la rentabilidad de las cuotas de los Fondos de Pensiones se calculan de la siguiente forma:

$$r_i = \left[\left(\frac{\overline{VC}_i / \overline{VC}_j}{IPC_i / IPC_j} \right)^{12/n} - 1 \right] 100$$

donde:

r_i = rentabilidad real anual de la cuota del mes i .

i = mes al cual se está efectuando el cálculo.

j = mes anterior al primero del período, es decir; $j=i-n$

n = número de meses del período.

\overline{VC}_i = Valor cuota promedio del mes i .

\overline{VC}_j = Valor cuota promedio del mes j .

IPC_i = Índice de precios al consumidor del mes i .

IPC_j = Índice de precios al consumidor del mes j .

Para una mejor comprensión del tema suponga que una AFP en los años 2002 y 2003, en el mes de diciembre tiene los siguientes valores cuota:

Valor cuota promedio diciembre 2002 (en \$) = \$1.000
Valor cuota promedio diciembre 2003 (en \$) = \$ 1.080
IPC anual año 2002: 111,38
IPC anual año 2003: 114,51
 $R = [((1080/1000)/(114,51/111,38))-1] \times 100 = 5,05\%$

II.2. Método de cálculo de rentabilidad de las cuotas por año calendario (Método del año calendario).

Este método calcula la rentabilidad según acumulación del año calendario que se inicia el 1° de enero y termina el 31 de diciembre.

$$r_r = \left[\left(\frac{\overline{VC}_{j+1}}{\overline{VC}_j} \right) / \left(\frac{IPC_{j+1}}{IPC_j} \right) \right]^{12/n} - 1 \times 100$$

donde:

r_r = rentabilidad real anual de la cuota.

n = número de meses del período.

\overline{VC}_{j+1} = Valor de la cuota al 31 de diciembre del año $j + 1$, que se esta calculando.

\overline{VC}_j = Valor de la cuota al 31 de diciembre del año j .

IPC_{j+1} = Índice de Precios al Consumidor al 31 de diciembre del año $j + 1$.

IPC_j = Índice de Precios al Consumidor al 31 de diciembre del año j .

Para una mejor comprensión del tema suponga que una AFP presenta los siguientes datos:

Valor cuota 31 diciembre 2002: \$ 998
Valor cuota 31 diciembre 2003: \$1.090
IPC al 31.12.2002: 113,5
IPC al 31.12.2003: 116,8

$$r = [((1090/998)/(116,8/113,5))] \times 100 = 6,13\%$$

II.3. Método de cálculo según el cambio de logaritmo natural de las cuotas de Fondos de Pensiones (Método de cambio en el logaritmo natural de los precios).

En la literatura sobre cálculo de rentabilidad se suele tomar el cambio en el logaritmo natural de los precios, como una medida aproximada de la tasa de retorno. En efecto, la rentabilidad viene dada por:

$$r_i = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{\Delta P_t}{P_t}$$

El cambio en el logaritmo natural de los precios viene dado por:

$$\ln P_{t+1} - \ln P_t = \ln \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

donde:

P_t = precio del período t .

P_{t+1} = precio del período $t + 1$.

R_t = rentabilidad del período t .

\ln = logaritmo natural.

Haciendo uso del desarrollo de la serie de Taylor, se tiene que:

$$\ln P_{t+1} = \ln(P_t + \Delta P_t) = \ln P_t + \frac{1}{1!} \frac{1}{P_t} (\Delta P_t) - \frac{1}{2!} \frac{1}{P_t^2} (\Delta P_t)^2 + \dots$$

Se toma sólo los dos primeros términos de la serie, ya que los valores resultantes de los otros términos restantes es despreciable respecto de los dos primeros; con esto resulta que:

$$\ln P_{t+1} = \ln P_t + \frac{1}{P_t} (\Delta P_t)$$

Expresado de otra forma:

$$r_i = (\ln P_{t+1} - \ln P_t) = \frac{\Delta P_t}{P_t}$$

Para fines de mayor comprensión se usa el siguiente ejemplo:

Valor cuota Promedio de diciembre 2002: \$1.000

Valor cuota Promedio de diciembre 2003: \$1.080

IPC anual año 2002: 111,38

IPC anual año 2003: 114,51

$$i = [\ln(1080/114,51) - \ln(1000/111,38)] \times 100 = 4,92\%$$

Una vez establecidos estos tres métodos, se ejecutan los cálculos de rentabilidad con los valores de las cuotas promedios, para su correspondiente verificación estadística utilizando tres test, éstos son el test de las medias, test de la varianza y test de Kolmogorov-Smirnov.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Los resultados finales al aplicar los tres métodos se pueden resumir en el Cuadro N° 1.

CUADRO N° 1
DATOS ESTADÍSTICOS SOBRE RENTABILIDADES ENTRE LOS AÑOS 1982 Y 1998, DEFLACTADAS POR IPC.

	Media	Varianza
1. Método SAFP	11,34	86,139
2. Método por año calendario	11,22	82,353
3. Método logaritmo natural.	9,91	70,716

Fuente: Elaboración propia, en base a datos obtenidos de valores Cuotas SAFP.

Se examinarán tres métodos estadísticos para comprobar la hipótesis nula H_0 , esto es: Método de las medias, Método de las varianzas, y Método de Kolmogorov-Smirnov.

III.1. Décima estadística sobre μ .

En este test estadístico se responde a la pregunta ¿es la media igual a un valor específico μ_0 ?
Luego, la prueba estadística consiste en:

$$H_0 : \mu = 11,340$$

$$H_a : \mu \neq 11,340$$

donde $\mu_0 = 11,340$, es la media generada por el método de la Superintendencia de AFP.

Test estadístico : \bar{x}

Para $\alpha = 0,05$, se rechaza la hipótesis nula si la media está más allá de 1,96 veces la desviación estándar de la $\mu = 11,34$.

$$\text{Test : } z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Método 2	Método 3
$\bar{x} = 11,22$ $\sigma = 9,0749$ $n = 218$	$\bar{x} = 9,91$ $\sigma = 8,4093$ $n = 218$
$Z_{\text{tabla}} = 1,96$ $X_c = 1,96 \times 9,0749 / \sqrt{218} + 11,22 = 12,426$ $x_c = -1,96 \times 9,0749 / \sqrt{218} + 11,22 = 10,017$ Como $\mu = 11,340$ se encuentra dentro de este intervalo, con 95% de confianza, no se rechaza H_0 .	$Z_{\text{tabla}} = 1,96$ $X_c = 1,96 \times 8,4093 / \sqrt{218} + 9,9091 = 11,025$ $x_c = -1,96 \times 8,4093 / \sqrt{218} + 9,9091 = 8,79$ Como $\mu = 11,340$ no se encuentra dentro del intervalo, con 95% de confianza, se rechaza H_0 .

III.2. Dócima estadística sobre σ^2 .

En este test estadístico se responde a la pregunta ¿son tan variables los distintos métodos?. Luego la prueba estadística consiste en:

$$H_0 : \sigma_0^2 = 86,139$$

$$H_a : \sigma_0^2 \neq 86,139$$

donde $\sigma_0^2 = 86,139$, es la varianza poblacional generada por el método de la Superintendencia de AFP.

Test estadístico : chi – cuadrado X^2 .

Para $\alpha = 0,05$, se rechaza la hipótesis nula si σ^2 está fuera del intervalo de confianza dado por:

$$\frac{(n-1)\sigma^2}{X_y^2} \leq \sigma_0^2 \leq \frac{(n-1)\sigma^2}{X_L^2}$$

donde:

$$X_y^2 = X_{\alpha/2, n-1}^2, \text{ y } X_L^2 = X_{1-\alpha/2, n-1}^2$$

Método 2	Método 3
$\sigma = 9,0750$ $n = 218$ $X^2_y = 259,69$ $X^2_L = 178,98$	$\sigma = 8,4093$ $n = 218$ $X^2_y = 259,69$ $X^2_L = 178,09$
<p>Luego, el intervalo de confianza estará dado por: $68,81 \leq \sigma^2 \leq 100,34$</p> <p>No se rechaza H_0, y se concluye que las dos varianzas poblacionales son similares.</p>	<p>Luego, el intervalo de confianza estará dado por: $59,09 \leq \sigma^2 \leq 86,166$</p> <p>No se rechaza H_0, y se concluye que las dos varianzas poblacionales son similares.</p>

III.3. Método de Kolmogorov – Smirnov.

El test de bondad de ajuste de Kolmogorov –Smirnov, que se denota como test K-S, está basado en un estadístico que mide la desviación de la frecuencia acumulada S_{n1} por cada grupo de observaciones, usando los mismos intervalos para ambas distribuciones. El test estadístico se basa en la mayor de las desviaciones observadas.

Así $S_{n1}(X)$ es la función de distribución acumulada por tramo de uno de los casos, esto es, $S_{n1}(X) = K/n_1$, donde K es el número de veces que el valor cae dentro del rango dado, esto es, las veces que sean iguales o menores que X , y se tiene $S_{n2}(X) = K/n_2$, que es la función de distribución acumulada por tramo del otro caso.

Con esto el test estadístico que se usará en este caso es:

$$D = \text{máximo}(S_{n1}(X) - S_{n2}(X))$$

El estadístico D mide la máxima diferencia, en valor absoluto, entre las funciones de distribución, evaluadas desde los valores de cada tramo, y la probabilidad asociada a la ocurrencia de valores D bajo la hipótesis nula que ha sido tabulada (Smirnov 1948; Massey, 1951).

En el uso del método de Kolmogorov-Smirnov, el tamaño y número de los intervalos es arbitrario, pero hay que tomar en cuenta que para un pequeño número de intervalos la información que entrega el test puede ser mala, es decir, la máxima desviación vertical D de dos funciones acumuladas puede dar valores errados de la prueba.

El procedimiento, paso a paso, para realizar un test K-S es como sigue:

- (a). Ordenar los grupos a comparar, de menor a mayor valor.
- (b). Confeccionar una tabla de distribución de frecuencias acumuladas, usando los mismos intervalos para ambas distribuciones. Usando tantos intervalos como sea posible.
- (c). Por sustracción determinar las diferencias entre los puntos del intervalo.
- (d). Por inspección, determinar el mayor de estas diferencias, este es " D ".
- (e). El método para determinar la significancia del valor observado " D ", depende del tamaño de la muestra y la naturaleza de H_1 .

- Para el test con dos colas, cuando n_1 y n_2 son ambos mayores que 40, la tabla L es usada. En tales casos no es necesario que n_1 sea igual a n_2 .
- Cuando $n_1 = n_2 = N$, y cuando $N \leq 40$, la tabla L es usada, de aquí se obtiene los valores críticos de Kd , para ambos niveles de significancia, para los test de una cola o dos colas.
- Para el test de una cola, donde n_1 y n_2 son mayores de 40, se utiliza el estadígrafo chi-cuadrado, cuyo valor se obtiene calculando mediante la fórmula $X^2 = 4D^2n_1n_2/(n_1 + n_2)$, lo cual se compara con el chi-cuadrado obtenido en la tabla C , con el nivel de significancia que el test requiera. Si el valor observado del chi-cuadrado es igual o mayor que el calculado de la tabla, para un particular nivel de significancia, H_o puede ser rechazado a ese nivel de significancia.

En este test estadístico se responde a la pregunta: ¿Hay diferencia entre las series formadas por los distintos métodos de medir rentabilidad de las AFP?

Luego la prueba estadística consiste en:

H_o : No hay diferencia entre los métodos calculados para medir rentabilidad.

H_a : Existen diferencias de evaluar la rentabilidad entre los distintos métodos.

Test estadístico: debido a que se está comparando dos tablas de igual tamaño, calculadas de distintas maneras, el método de Kolmogorov-Sminov, es aplicable.

Nivel de significancia: Se tiene $\alpha = 0,05$; $n_1 = n_2 = 218$, que es el número de datos de cada grupo

Las tablas de frecuencias se calculan siguiendo los pasos que se indican.

El paso 2 del método se realiza a continuación:

Aplicando el test con dos colas, con $N > 40$, y utilizando la tabla M , se determina en primera instancia, por inspección, el valor de D .

$$D = \text{máximo } (|S_{n_1}(x) - S_{n_2}(x)|)$$

Para Método 1 versus Método 2: $D = 0,02739$

Luego, comparando el valor observado con el crítico, el cual es obtenido usando los valores de n_1 y n_2 en la expresión dada en la tabla M , que para un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ es de:

$$D_c = 1,36 \cdot \sqrt{(n_1 + n_2) / (n_1 \times n_2)}$$

$$D_c = 1,36 \cdot \sqrt{(218 + 218) / (218 \times 218)}$$

$$D_c = 0,1303$$

Se rechaza H_o , si el valor observado $D \geq D_c$

En este caso $D < D_c$, luego no se rechaza la hipótesis nula H_o .

Este resultado es válido comparando el método AFP, con los dos métodos desarrollados y que coincide con el método de las varianzas.

Conclusión del método:

Con este test estadístico se trata de responder a la pregunta ¿Existen diferencias entre las series formadas por los distintos métodos de medir rentabilidad de las AFP?

Luego, el resultado obtenido permite afirmar con un 90% de confianza que no existe diferencias estadísticas significativas entre los métodos alternativos aplicados para medir la rentabilidad de las AFP entre los años 1982 y 1998.

Método 1 vs. Método 2	Método 1 vs. Método 3
$D = 0,02739$	$D = 0,02283$
$D_c = 0,1302$	$D_c = 0,1302$
$D_c > D$	$D_c > D$
No se rechaza H_o	No se rechaza H_o

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Métodos aplicados para medir rentabilidad.

METODO 1 : Método aplicado por la Superintendencia de AFP (SAFP)

MÉTODO 2: Método del año calendario.

MÉTODO 3: Método de cambio en el logaritmo natural de los precios.

Métodos estadísticos aplicados para determinar si existen diferencias significativas entre los otros dos métodos alternativos propuestos (Métodos 2 y 3), y el método de la SAFP (Método 1) para medir la rentabilidad de las AFP.

TEST 1 : Dócima estadísticas sobre μ .

TEST 2 : Dócima estadística sobre σ^2

TEST 3: Método de Kolmogorov –Smirnov.

Siendo:

H_o : No existe diferencia entre los métodos aplicados.

H_a : Existe diferencia entre los métodos aplicados.

Se obtiene resultados presentados en el Cuadro N° 2.

CUADRO N° 2
RESULTADOS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DE LOS TEST A
LOS MÉTODOS 2 Y 3 RESPECTO DE MÉTODO 1

	METODO 2	METODO 3
TEST 1	No se rechaza H_o	Se rechaza H_o
TEST 2	No se rechaza H_o	No se rechaza H_o
TEST 3	No se rechaza H_o	No se rechaza H_o

Fuente: Elaboración propia en base a antecedentes de este estudio.

V. CONCLUSIONES.

1. El sistema AFP está orientado hacia el largo plazo, es decir, para el lapso de tiempo productivo del trabajador (40 años aprox.), por lo que, para analizar si en su conjunto es rentable o no, se debe hacer considerando largos períodos de tiempo y no sólo por fluctuaciones anuales puntuales.

2. La rentabilidad de la cuenta de capitalización individual pretende medir las ganancias acumuladas en el fondo, de estar en las AFP, al descontar comisiones de administración que paga el trabajador de la rentabilidad de los activos, por lo que puede servir para elegir entre una AFP u otra, para poder comparar el desempeño de las distintas AFP a través del tiempo, o para ver cuán conveniente es estar en el sistema, considerando todos los costos y beneficios económicos que esto implica.

La rentabilidad de la cuota es más relevante para proyectar la pensión a obtener. Dicha rentabilidad se obtiene de las disminuciones o aumentos del valor económico o de mercado de las inversiones, es decir, mide el retorno de las inversiones que realiza la AFP, el cual es el patrimonio de los afiliados, el que será la base para el cálculo futuro de sus pensiones. No depende ni del saldo acumulado ni de las comisiones cobradas, por lo que es igual para todos los afiliados a una AFP.

Por lo cual cobra importancia en el momento de retiro, jubilaciones el ciclo de la actividad económica.

3. La Superintendencia de AFP publica ambas rentabilidades, la rentabilidad de la cuenta de capitalización individual, y la rentabilidad de la cuota, calculadas en períodos anuales, y las envía obligatoriamente a todos los afiliados en forma cuatrimestral.

El afiliado debería ser capaz de interpretar y discernir entre la información que le aportan ambas rentabilidades, para no cometer errores en algún tipo de proyección que desee hacer, por mala interpretación de estos datos.

4. Como la base de cálculo de la rentabilidad de la cuota es el valor cuota, y ésta se transa en la bolsa, dicho valor fluctúa diariamente, e incluso varias veces en un mismo día, por lo que su valor para el cálculo de rentabilidad se convierte en algo arbitrario ante la imposibilidad práctica de calcular las rentabilidades para varios valores del mismo día (incluso no está disponible esa información tan detallada), por lo que se considera como válido el valor cuota del final de cada día.

Se comparó la rentabilidad en períodos anuales debido a que este es el período de cálculo utilizado por la Superintendencia de AFP, siendo este lapso de tiempo también arbitrario.

5. El método de cálculo de la rentabilidad de la cuota aplicado por la Superintendencia de AFP trabaja sobre los promedios del valor cuota de diciembre de un año respecto del promedio del valor cuota de diciembre del año anterior, para tratar de “suavizar” las variaciones que se producen dentro de esos meses. Con esto se evitaría también el riesgo que una AFP trate intencionalmente de manejar el valor de su cuota puntualmente en los días 31 de diciembre y 1 de enero de cada año con tal de mostrar una rentabilidad anual abultada o no real.

6. La Superintendencia de AFP emplea un método en particular para medir la rentabilidad anual del sistema (explicado detalladamente en este trabajo), el cual al ser comparado estadísticamente (Método de la Varianza, y Método de Kolmogorov-Smirnov) con los tres sistemas propuestos en el trabajo (Método de 1° enero al 31 de diciembre de cada año, y Método de diferencias de logaritmo), arroja resultados similares.

Esto es de suma importancia, ya que implica que el método aplicado por la Superintendencia es compatible con otras formas de medir dicha rentabilidad, y aunque puede dar resultados distintos en un período puntual, en el largo plazo arroja resultados similares.

7. La conclusión anterior permitiría poder comparar distintas alternativas de inversión, medidas de una manera distinta que la empleada por la Superintendencia de AFP, respecto a la rentabilidad anual de la cuota publicada.

65,7 millones de afiliados al sistema, éstos pueden ver, por ejemplo, la conveniencia de depositar dineros en la cuenta de ahorro voluntario de cada AFP, versus otras alternativas de inversión.

8. Con el Método de Rentabilidad Ponderada los valores de las medias cambian con respecto al método de medias simples, esto significa que el Test de Hipótesis de las medias también

cambia.

La validez de este test de medias, tal como se ha señalado no tiene robustez estadística, por lo cual la conclusión final la siguen dando los Test de Varianza y de Kolmogorov-Smirnov.

Por lo tanto, se puede decir que el método de rentabilidades ponderadas sólo afecta al test de docimacia de hipótesis de medias y que no interviene en la conclusión final del trabajo.

REFERENCIAS.

BOLETÍN ESTADÍSTICO N° 144 SAFF, Abril 1998.

BOLETÍN INFORMATIVO DE LA AFP HABITAT. Circular N° 1122 SAFF. 1998.

CIRCULAR N° 736 SAFF, Modificación No. 223 del 25 de agosto 1992.

EL SISTEMA CHILENO DE PENSIONES SAFF. 1998. Cuarta Edición Abril. Pág 134.

EL SISTEMA CHILENO DE PENSIONES. 4ª EDICIÓN. SAFF. Abril de 1998. Pág. 99.

SUÁREZ, ANDRÉS. 1980. Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa. De Pirámide S.A., 3ª. Edición Madrid. Pág. 407.

SYDNEY SIEGEL. 1956. Non parametric statistics for the behavioral sciences. McGraw-Hill Book Company. Pág. 127-136.