



UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 1-2

Calculo III(521227)

1. Determinar los dominios de las siguientes funciones. Luego encontrar el conjunto de acumulación, puntos de adherencia, interior y frontera del complemento de cada dominio encontrado:

i) $f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}\operatorname{sen}(x+y)}{(x+y)(x+2)}$

ii) $f(x, y) = \ln(4x^2 + y^2 + 12x + 4y - 23) + \frac{3}{x+y}$

iii) $f(x, y, z) = \frac{\sqrt{x+y+z}}{x+y+z} + \sqrt[3]{x-y-z}$

2. Acotar :

i) Teniendo $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

a) $|X \cdot Y|$ (recordar Schwarz)

b) $|x_i|$

ii) $|X^n|$

iii) $|X^n Y^m|$

iv) $|P - Q|$

v) $|\cos(x)|$

vi) $|\operatorname{sen}(x)|$

3. Calcular los siguientes límites :

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3+y}{x^2+y}$

iii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2+y^2}$

<http://www.udec.cl/> ~ manuelsanchez

$$iv) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \frac{(x^2-y^2)}{x^2+y^2}$$

$$v) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)}$$

$$vi) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) \quad \text{con } f(x, y) = \left(\frac{x^2+2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{x^2 y^3}{(x^2+y^2)^2} \right)$$

$$vii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(x^2+y^2)}{\sqrt[5]{x^2+y^2}}$$

$$viii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2+y^2)^3}{x^4+y^4}$$

4. Más límites:

$$i) \text{ Sea } f(x, y) = x^3 + y^3 \text{ y } g(t) = \frac{\text{sen}(t)}{t}$$

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

$$b) \lim_{(t) \rightarrow (0)} g(t)$$

$$c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (g \circ f)$$

$$ii) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{x^2-2y^2}{x+2y}$$

$$iii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2yx^7}{(x^4+y^2)^2}$$

$$iv) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y^4}{x^3+y^2}$$

$$v) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$vi) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4x^2y-2x^3-2xy^2+3y^3}{x^2+y^2}$$

$$vii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(x^3 \text{sen}\left(\frac{y}{x}\right) - y^3 \text{sen}\left(\frac{x}{y}\right) \right)$$

$$viii) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{e^{\frac{-1}{x^2+y^2+z^2}}}{x^2+y^2+z^2}$$

$$ix) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x + y + z + \frac{x+y+z}{x^6+z^2+|y|}$$

<http://www.udec.cl/> ~ manuelsanchez