U N I V E R S I D A D   D E   C O N C E P C I O N
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 12
Integrales Múltiples Impropias
Cálculo III (521227)

1. **Calcular** $\iint_S e^{\frac{y-x}{y+x}} d(x,y)$ **con** $S = \{(x,y) \in IR^2 : 0 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq 2 - x \}$**.**

2. **Hallar** $\iint_A \ln(x^2 + y^2) d(x,y)$**, donde** $A = \{(x,y) \in IR^2 : 0 < x^2 + y^2 \leq 1 \}$**.**

3. **Calcular** $\iint_D \frac{1}{(1 + x^2 + y^2)^4} d(x,y)$ **con** $D = \{(x,y) \in IR^2 : x^2 + y^2 \geq 1\}$**.**

4. **Evaluar** $I = \iint_{IR^2} e^{-(x^2+y^2)} d(x,y)$ **para verificar que** $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{p}}{2}$**.**

5. **Sea** $R = \{(x,y,z) \in IR^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1 \}$**. Analizar la convergencia de:**

   a) $\iiint_R \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} d(x,y,z)$ **y b)** $\iiint_R \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)} d(x,y,z)$**.**

6. **Sean** $f, g : IR^2 \to IR$ **las funciones:** $f(x,y) = e^{-\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$**;** $g(x,y) = f(x,y)\, sen(xy)$

   y $B_n = \left\{(x,y) \in IR^2 : 1 \leq \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq n^2 \right\}$**, con** a **y** b **constantes positivas y** $n \in IN$ **.**

   a) Calcular $\iint_{B_n} f(x,y)\, d(x,y)$

   b) Calcular $\iint_B f(x,y)\, d(x,y)$ **con** $B = \{ \ (x,y) \in IR^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \geq 1 \ \}$

   c) Analizar la convergencia de $\iint_B g(x,y) d(x,y)$

7. **¿Para qué valores de** p **converge la integral** $\iiint\limits_{IR^3} \frac{d(x,y,z)}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^p}$ **?**

8. **Si** $D=\{(x,y)\in IR^2 : 0\le x\le 1 \wedge 0\le y\le x\}$**, mostrar que** $\iint\limits_D \frac{d(x,y)}{x-y}$ **diverge.**

9. **Sean** $E=\{(x,y)\in IR^2 : x^2+y^2\ge 1\}$ **y la integral** $\iint\limits_E \frac{1}{\left(1+x^2+y^2\right)^p}\, d(x,y)$**.**

   Determinar para qué valores de $p>0$ **la integral converge y para cuáles diverge.**

10. **Sea** $G : A\subseteq IR^3 \to IR^3$**,** $g(u,v,w)=(au,bv,cw)$**, con** a**,** b **y** $c \in IR^+$ **;**

    donde $A=\{(u,v,w)\in IR^3 : u^2+v^2+w^2<1\}$**.**

    a) **¿Satisface** G **las condiciones del teorema del cambio de variables?**

    b) **Evaluar** $\iiint\limits_{T_n} f(x,y,z)\, d(x,y,z)$**, con** $f(x,y,z)=\frac{1}{1-\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)^{3/2}}$ **,**

    $T_n=\left\{(x,y,z)\in IR^3 : \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le\left(1-\frac{1}{n}\right)^2\right\}$ **y** $n\in IN$ **.**

    c) **Analizar la convergencia de** $\iiint\limits_T f(x,y,z)\, d(x,y,z)$**, donde**

    $T=\left\{(x,y,z)\in IR^3 : \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}<1\right\}$.

11. **Para la función** $f(x,y)=\frac{y}{x}$ **y la región** R **del plano acotada por las rectas** $y=x$**,** $y=0$ **y** $x=1$**, determinar el valor de** $\iint\limits_R f(x,y)\, d(x,y)$**.**