UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 8
Integrales Múltiples I
Cálculo III (521227)

I. Usando coordenadas cartesianas, determinar:

1. $\displaystyle\int_0^3\int_1^2 (1+8xy)\,dx\,dy$.

2. $\displaystyle\iint_R xy^2\,d(x,y)$. **Donde** $R=\{(x,y)\in IR^2 : -3\le x\le 2,\ 0\le y\le 1\}$.

3. $\displaystyle\int_0^4\int_{x/2}^2 e^{y^2}\,dy\,dx$.

4. **El volumen de la región del primer octante acotada por el cilindro** $x^2=4-z$ **y el plano** $4x+3y=12$.

5. $\displaystyle\iint_C \frac{y^3}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,d(x,y)$, **con** $C=\{(x,y)\in IR^2 : x^2+y^2\le 1,\ \frac{1}{2}\le y\le 1\}$.

6. **El volumen encerrado por las superficies:** $z=0$, $x+z=1$, $x=y^2$.

7. $\displaystyle\int_0^1\int_{\sqrt[3]{y}}^{y} e^{x^2}\,dx\,dy$.

8. $\displaystyle\iint_E x^2y^2\sqrt{1-x^3-y^3}\,d(x,y)$, **donde** E **es la región del primer cuadrante acotada por** $x^3+y^3=1$ **y los ejes coordenados.**

9. $\displaystyle\iint_D sen\, y^3\,d(x,y)$, **donde** D **es la región acotada por** $y=\sqrt{x}$, $y=2$ **y** $x=0$.

II. Resolver los siguientes problemas:

1. **El momento de inercia** I **de la sección transversal de una viga, con respecto a la recta horizontal** l **que pasa por el centro de gravedad de esta sección transversal es:**

$$I = \iint_R [d(x,y)]^2 \, d(x,y)$$

Donde $d(x,y)$ **es la distancia de** (x,y) **a** l **y** R **es la sección transversal de la viga. Encontrar** I **cuando** R **es el rectángulo** $-1 \le x \le 1$**,** $-2 \le y \le 2$ **y** l **es el eje** x**.**

2. **Calcular** $\iint_R (x+y)\, d(x,y)$ **, donde** R **es la región del primer cuadrante interior a** $x^2 + y^2 = 4$ **y que está acotada por** $y = 0$ **e** $y = \sqrt{3}x$ **.**

3. **Al calcular por integración doble el volumen** V **limitado por encima por la superficie** $z = f(x,y)$ **y por la parte inferior por una región** S **del plano** xy**, se ha llegado a la suma de integrales:**

$$V = \int_1^2 \left[\int_x^{x^2} f(x,y)dy \right] dx + \int_2^8 \left[\int_x^8 f(x,y)dy \right] dx$$

Dibujar la región S **y expresar el volumen** V **mediante una integral iterada en la que el orden de integración esté invertido.**

4. **Evaluar la integral** $\iint_D (2x - y^2)\, d(x,y)$**, usando los dos órdenes de integración, donde** D **es la región acotada por** $y = -x+1$**,** $y = x+1$ **e** $y = 3$**.**

5. **Encontrar el volumen de la región del espacio encerrada por el cilindro** $x^2 + y^2 = 4$ **y los planos** $y + z = 4$ **y** $z = 0$**.**

6. **Dada la función** $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{senx}{x} & ,x \ne 0 \\ 1 & ,x = 0 \end{cases}$ **, evaluar** $\iint_S f(x,y)\, d(x,y)$**, con** $S = \{(x,y) \in IR^2 : 0 \le y \le 1, y \le x \le \sqrt{y}\}$**. Explicar además por qué** f **es integrable sobre el conjunto** S**, y por qué la integración sólo puede realizarse en un orden de integración.**