UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 6
Extremos Libres y Extremos Condicionados
Cálculo III (521227)

I. Analizar la naturaleza de los todos puntos críticos para las siguientes funciones:

i) $f(x,y)=e^{x}(\sin y-1)$

ii) $f(x,y)=x^2y+xy^2$

iii) $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+xy$

iv) $f(x,y)=2x^2+3y^2-4x+12y+14$

v) $f(x,y)=xy-2x+y+1$

vi) $f(x,y)=2y^3+3x^2-6xy$

vii) $f(x,y,z)=(x+y+z)^3-3(x+y+z)-24xyz+27$

viii) $f(x,y,z)=(x+z^2)e^{x(y^2+z^2+1)}$

ix) $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+xyz$

x) $f(x,y,z)=x^2+y^3-xy+z^2-2z$

II. Resolver los siguientes problemas:

1. **Sea** $f:IR^2\to IR$ **definida por** $f(x,y)=x^2-4xy+y^2+20x+20y+10$**. Hallar los extremos absolutos para** f **sobre la curva** $x^2+y^2+xy=12$**.**

2. **Sea** $f:IR^2\to IR$ **definida por** $f(x,y)=e^{y^2-x^2}$ **. Hallar el menor y el mayor valor de** f **sobre el conjunto** $S=\{(x,y)\in IR^2 : x^2+y^2\leq 4\}$**.**

3. **Encontrar el máximo valor de la función** $f(x,y,z)=x+2y+3z$ **sobre la curva de intersección del plano** $x-y+z=1$ **y el cilindro** $x^2+y^2=1$**.**

4. **El material de fondo para una caja cuesta el triple por** m^2 **de lo que cuesta el material para las caras y la tapa. Encontrar la máxima capacidad de la caja que se puede obtener si la cantidad total de dinero es de** $\$12$ **y el** m^2 **de material para el fondo cuesta** $\$0.6$**.**

5. **Sea** $f : IR^2 \to IR$
$(x,y) \mapsto f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$**, hallar los valores extremos de** f **sobre el conjunto** $S = \{(x,y) \in IR^2 : x \leq 0, y \leq 0 \wedge x + y \geq -3\}$**.**

6. **Sean** $f : IR^2 \to IR$ **una función diferenciable,** $P_0 = (a,b)$ **un punto crítico de** f **y** $g : f(IR^2) \subseteq IR \to IR$ **definida por** $g(t) = f(a + tx_0, b + ty_0)$**, con** $P = (x_0, y_0)$ **un punto fijo de** IR^2**, probar que** $t = 0$ **es un punto crítico para** f **.**

7. **Considerar la curva** C **como la intersección de las superficies**

$$S_1 : x^2 - xz - y^2 + z^2 = 1$$
$$S_2 : x^2 + z^2 = 1$$

¿Cuáles son los puntos de C **más alejados del origen?**
¿Cuáles son los más cercanos?

8. **Determinar la naturaleza de los puntos críticos de la función:**

$$f(x,y) = (y-2)\ln(xy).$$

9. **Encontrar los valores extremos de** $f(x,y) = x^2 - y^2$ **sobre el conjunto** $S = \{(x,y) \in IR^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$**.**

10. **Considerar todos los triángulos rectángulos con perímetro fijo** P **. Determinar las dimensiones de los lados de manera que se tenga el triángulo rectángulo de mayor área.**

11. **La temperatura en un punto** (x,y,z) **está definida por la función**

$$T(x,y,z) = x - 2y + 2z$$

   i) **¿Existen extremos locales para** T **en** IR^3 **?**

   ii) **Hallar la mayor y menor temperatura sobre el conjunto**

$$D = \{(x,y,z) \in IR^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$