UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS 521218
PRACTICA 11. Sistemas Lineales de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Problema 1. Reescriba las ecuaciones o sistemas de ecuaciones diferenciales como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden :

a) $x''' + x'' + x = \mathrm{e}^t$, (*) b) $x'' - x' + 3x = t^2$, c) $x^{(4)} + 7x''' = \cos(t)$,

d) $\begin{cases} x'' - x + y = \operatorname{sen}(t) \\ x' + 3y' = 0 \end{cases}$, (*) e) $\begin{cases} x'' = 3x' + 4y' - x \\ y'' = x' - y' + y \end{cases}$,

Problema 2. Usando la Transformada de Laplace, resuelva los siguientes (PVI).

a) $\begin{cases} x' = -x + 3y, & x(0) = 2, \\ y' = -2x + 4y, & y(0) = 1 \end{cases}$, b) $\begin{cases} x' = 2x - y + t^2, & x(0) = 4, \\ y' = x, & y(0) = 5 \end{cases}$,

(*) c) $\begin{cases} x' = 2x + y + 1, & x(0) = 1, \\ y' = x + y, & y(0) = 3 \end{cases}$, d) $\begin{cases} x' = x - 3y, & x(0) = -4, \\ y' = 3x + y, & y(0) = 0 \end{cases}$,

e) $\begin{cases} x' = 2x - y + z, & x(0) = 0, \\ y' = -x + 2y + z, & y(0) = -2 \\ z' = x + y, & z(0) = 7 \end{cases}$, f) $\begin{cases} x'' + 2x' + 3y' = 1, & x(0) = 1, \quad x'(0) = 6 \\ x' + 2y' - y'' = 0, & y(0) = 6, \quad y'(0) - 3 \end{cases}$,

Problema 3. Verifique que $\{u, v\}$ es un conjunto fundamental de soluciones de $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$; encuentre la solución general de la (EDO).

a) $\{u, v\} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-t} \\ -\mathrm{e}^{-t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{3t} \\ \mathrm{e}^{3t} \end{pmatrix} \right\}$, para $\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$,

(*) b) $\{u, v\} = \left\{ \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \operatorname{sen}(t) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\operatorname{sen}(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} \right\}$, para $\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$,

Problema 4. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios (multiplicidad igual a 1).

a) $\begin{cases} x' = 3x + y, & x(0) = 2, \\ y' = -6x - 2y, & y(0) = 1, \end{cases}$ (*) b) $\begin{cases} x' = x - 2y, & x(0) = 4, \\ y' = -2x + 4y, & y(0) = 5, \end{cases}$

c) $\begin{cases} x' = -3x + 3y, & x(0) = 1, \\ y' = 3x + 5y, & y(0) = 3, \end{cases}$, d) $\begin{cases} x' = x + z, & x(0) = -4, \\ y' = y - z, & y(0) = 0, \\ z' = x - y, & z(0) = 0, \end{cases}$

Problema 5. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios (multiplicidad mayor que 1).

(*) a) $\begin{cases} x' = 2x + z, & x(0) = 2, \\ y' = y, & y(0) = 1, \\ z' = x + 2z, & z(0) = 0, \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = -2x - y + z, & x(0) = 4, \\ y' = -x - 2y - z, & y(0) = 0, \\ z' = x - y - 2z, & z(0) = 1, \end{cases}$

Problema 6. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios (valores propios complejos).

a) $\begin{cases} x' = -4y, & x(0) = 2, \\ y' = x, & y(0) = 1, \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = -x + y, & x(0) = 4, \\ y' = -x - y, & y(0) = 1, \end{cases}$

c) $\begin{cases} x' = 3x - y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x - y, & y(0) = 1, \end{cases}$ (*) d) $\begin{cases} x' = x - y, & x(0) = 4, \\ y' = 5x - y, & y(0) = 0, \end{cases}$

Problema 7. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios (valores propios con degeneración 1).

(*) a) $\begin{cases} x' = 3x - y, & x(0) = 2, \\ y' = 9x - 3y, & y(0) = 1, \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = y, & x(0) = 4, \\ y' = -x + 2y, & y(0) = 1, \end{cases}$

Problema 8. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios (valores propios con degeneración 2).

a) $\begin{cases} x' = 4x - y, & x(0) = 2, \\ y' = 4x - 2z, & y(0) = 1, \\ z' = 2z, & z(0) = 0, \end{cases}$ (*) b) $\begin{cases} x' = x, & x(0) = 1, \\ y' = x + y, & y(0) = 1, \\ z' = x + y + z, & z(0) = 1, \end{cases}$

Problema 9. Resuelva los siguientes PVI usando el método de valores/vectores propios y de variación de parámetros.

(*) a) $\begin{cases} x' = x + y + \mathrm{e}^t, & x(0) = 0, \\ y' = x + y - \mathrm{e}^{-t}, & y(0) = 0, \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = y + \mathrm{e}^t, & x(0) = 4, \\ y' = -x, & y(0) = 0, \end{cases}$

(*) c) $\begin{cases} x' = 2x - y + \mathrm{e}^t, & x(0) = 0, \\ y' = x, & y(0) = 0, \end{cases}$ d) $\begin{cases} x' = x + 2y + \mathrm{e}^{-t}\cos t, & x(0) = 0, \\ y' = x + 3y + \cos(t), & y(0) = 0, \end{cases}$

Problema 10.

Un tanque contiene inicialmente 2 *litros* de agua y 5 *g* de sal en solución. Agua que contiene sal con una concentración de 5 *g/l* entra al tanque a razón de 2 *litros/hora*. El agua fluye de este tanque a un segundo tanque a una tasa de 2 *litros/hora*. El segundo tanque contiene inicialmente 1 *litro* de fluido con 10 *g* de sal en solución. El agua del segundo tanque fluye hacia el drenaje a una tasa de 1 *litro/hora*. Encuentre la cantidad de sal en cada tanque como una función del tiempo y grafique las soluciones. Asumir que en todo instante la mezcla en cada tanque se mantiene uniforme por agitación.

(*) Problemas a resolver en clases de Práctica con el Prof. Ayudante.

24.05.2006 RBP/HMM/JMS/CMG/rbp