

PAUTA TEST N° 5 ECUACIONES DIFERENCIALES
INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA **FECHA : Ju 10/11/11**

(1) Resuelva : $\frac{dT}{dr} = \frac{r}{T}$ (20 puntos).

Solución:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{r}{T} \Rightarrow T dT = r dr \Rightarrow \int T dT = \int r dr \Rightarrow \frac{1}{2} T^2 = \frac{1}{2} r^2 + c_1 \Rightarrow T^2 = r^2 + c \Rightarrow$$

$$T(r) = \pm \sqrt{r^2 + c}, \text{ con } c \text{ una constante real cualquiera. } \square$$

(2) Obtenga $M(a)$ si $\frac{dM}{da} = \frac{M}{(a^2-1)}$ (20 puntos).

Solución:

$$\frac{dM}{da} = \frac{M}{(a^2-1)} \Rightarrow \frac{dM}{M} = \frac{da}{(a^2-1)} \Rightarrow \int \frac{dM}{M} = \int \frac{da}{(a^2-1)} \Rightarrow \ln(M) = \int \frac{da}{(a-1)(a+1)} \Rightarrow$$

$$\ln(M) = \frac{1}{2} \left[\int \frac{da}{(a-1)} - \int \frac{da}{(a+1)} \right] \Rightarrow \ln(M) = \frac{1}{2} \ln(a-1) - \frac{1}{2} \ln(a+1) + c_1 \Rightarrow$$

$$\ln(M) = \ln(a-1)^{\frac{1}{2}} - \ln(a+1)^{\frac{1}{2}} + c_1 \Rightarrow \ln(M) = \ln \left[\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} \right] + c_1 \Rightarrow$$

$$M(a) = c \sqrt{\frac{a-1}{a+1}}, \text{ donde } c \text{ es una constante real positiva. } \square$$

(3) Resuelva, suponiendo que x es la variable independiente, la EDO siguiente

$$2xy dx = (x^2 + 1) dy$$

(20 puntos).

Solución:

$$2xy dx = (x^2 + 1) dy \Rightarrow \frac{2x}{x^2+1} dx = \frac{1}{y} dy \Rightarrow \int \frac{2x}{x^2+1} dx = \int \frac{1}{y} dy \Rightarrow$$

$$\ln(x^2 + 1) + c_1 = \ln(y) \Rightarrow y(x) = c(x^2 + 1), \text{ donde } c \text{ es una constante real positiva. } \square$$