UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
*Juan Carlos Sandoval Avendaño*

# TEST Nº 1 ECUACIONES DIFERENCIALES
## INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

**NOMBRE :__________________________________________ PTOS. :________**
**TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA FECHA : Ju 01/09/11**

**(1)** Obtenga la solución general de la E.D.O.

$$\frac{dP}{dt} = \frac{t+1}{t-1}$$

**(20 puntos).**

**<u>Solución:</u>**

$$\frac{dP}{dt} = \frac{t+1}{t-1} \Rightarrow dP = \frac{t+1}{t-1}dt \Rightarrow \int dP = \int \frac{t+1}{t-1}dt$$

Ahora notemos que: $\frac{t+1}{t-1} = \frac{t}{t-1} + \frac{1}{t-1}$

Además: $\frac{t}{t-1} = 1 + \frac{1}{t-1}$

Luego

$$\frac{t+1}{t-1} = 1 + \frac{1}{t-1} + \frac{1}{t-1} = 1 + \frac{2}{t-1}$$

Volviendo a las integrales

$$\int dP = \int \frac{t+1}{t-1}dt \Rightarrow P(t) = \int \left[1 + \frac{2}{t-1}\right]dt \Rightarrow P(t) = \int dt + \int \frac{2}{t-1}dt \Rightarrow$$

$$P(t) = t + 2\,ln(t-1) + c$$

Finalmente la solución general de la E.D.O.

$$\frac{dP}{dt} = \frac{t+1}{t-1}$$

es $P(t) = t + 2\,ln(t-1) + c$ ❑

**(2)** Obtenga la solución del P.V.I.

$$\frac{dv}{dp} = \frac{e^p\, e^{v2}}{v}$$

$$v(1) = 1$$

**(20 puntos).**

**Solución:**

$$\frac{dv}{dp} = \frac{e^p\, e^{v2}}{v} \Rightarrow \frac{v}{e^{v2}}\, dv = e^p\, dp \Rightarrow v\, e^{-v^2}\, dv = e^p\, dp \Rightarrow \int v\, e^{-v^2}\, dv = \int e^p\, dp$$

Ahora para resolver la integral $\int v\, e^{-v^2}\, dv$ consideremos la sustitución $M = -v^2$

$$M = -v^2 \Rightarrow dM = -2v\, dv \Rightarrow v\, dv = -\frac{1}{2}\, dM$$

$$\int v\, e^{-v^2}\, dv = \int e^{-v^2}\, v\, dv = -\frac{1}{2}\int e^M\, dM = -\frac{1}{2}e^M = -\frac{1}{2}e^{-v^2}$$

Volviendo a la resolución de la ecuación diferencial

$$\int v\, e^{-v^2}\, dv = \int e^p\, dp \Rightarrow -\frac{1}{2}e^{-v^2} = e^p + c \Rightarrow -v^2 = ln(-2e^p - 2c) \Rightarrow$$

$$v^2 = -ln(-2e^p - 2c) \Rightarrow v = \pm\sqrt{-ln(-2e^p - 2c)}$$

Consideremos ahora la condición inicial $v(1) = 1$

$$v(1) = 1 \Rightarrow \pm\sqrt{-ln(-2e^1 - 2c)} = 1 \Rightarrow -ln(-2e - 2c) = 1 \Rightarrow$$

$$ln(-2e - 2c) = -1 \Rightarrow -2e - 2c = e^{-1} \Rightarrow -2c = e^{-1} + 2e$$

Finalmente podemos decir que la solución del P.V.I.

$$\frac{dv}{dp} = \frac{e^p\, e^{v2}}{v}$$

$$v(1) = 1$$

es $v(p) = \pm\sqrt{-ln(-2e^p + e^{-1} + 2e)}$ ❑

**(3)** Resuelva : $\frac{dx}{dt} = 1 + t - x - tx$

**(20 puntos).**

**Solución:**

$\frac{dx}{dt} = 1 + t - x - tx \Rightarrow \frac{dx}{dt} = (1+t) - x(1+t) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = (1+t)(1-x) \Rightarrow$

$\frac{dx}{1-x} = (1+t)\, dt \Rightarrow \; -\frac{dx}{x-1} = (1+t)\, dt \Rightarrow \; -\int \frac{dx}{x-1} = \int (1+t)\, dt \Rightarrow$

$-\, ln|x-1| = t + \frac{t^2}{2} + c \Rightarrow ln|x-1| = \; -t - \frac{t^2}{2} - c \Rightarrow x - 1 = e^{-t-\frac{t^2}{2}-c} \Rightarrow$

$x(t) = 1 + e^{-t-\frac{t^2}{2}-c}$

Finalmente la solución general de la ecuación diferencial $\frac{dx}{dt} = 1 + t - x - tx$ es $x(t) = 1 + e^{-t-\frac{t^2}{2}-c}$ , con $c$ una constante real cualquiera. $\square$