UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST Nº 1 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

NOMBRE :____ PTOS. :________
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS FECHA : Mi 12/08/09

(1) Resuelva las integrales:

$$a)\int \frac{2p^3-3\sqrt{p}+\pi x^4}{p^4}\,dp$$

$$b)\int \frac{e^{t+\sqrt{2}}-1}{1+\sqrt{2}}\,dt$$

(40 puntos).

<u>Solución:</u>

$$a)\int \frac{2p^3-3\sqrt{p}+\pi x^4}{p^4}\,dp=\int \frac{2p^3}{p^4}dp-\int \frac{3\sqrt{p}}{p^4}dp+\int \frac{\pi x^4}{p^4}dp=$$

$$\int \frac{2}{p}dp-\int \frac{3\,p^{1/2}}{p^4}dp+\pi x^4\int \frac{1}{p^4}dp=$$

$$2\int \frac{1}{p}\,dp-3\int p^{-7/2}\,dp+\pi x^4\int p^{-4}\,dp=2\,ln(p)-3\,\frac{p^{-5/2}}{-5/2}+\pi x^4\,\frac{p^{-3}}{-3}+c=$$

$$2\,ln(p)+\frac{6}{5}\,\frac{1}{p^{5/2}}-\frac{\pi}{3}\,x^4\,\frac{1}{p^3}+c=2\,ln(p)+\frac{6}{5}\,\frac{1}{\sqrt{p^5}}-\frac{\pi}{3}\,x^4\,\frac{1}{p^3}+c\ \square$$

$$b)\int \frac{e^{t+\sqrt{2}}-1}{1+\sqrt{2}}dt=\frac{1}{1+\sqrt{2}}\int \left(e^{t+\sqrt{2}}-1\right)dt=\frac{1}{1+\sqrt{2}}\int \left(e^te^{\sqrt{2}}-1\right)dt=$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}\int e^te^{\sqrt{2}}\,dt-\frac{1}{1+\sqrt{2}}\int dt=\frac{1}{1+\sqrt{2}}e^{\sqrt{2}}\int e^t\,dt-\frac{1}{1+\sqrt{2}}\int dt=$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}e^{\sqrt{2}}e^t-\frac{1}{1+\sqrt{2}}\,t+c=\frac{1}{1+\sqrt{2}}e^{t+\sqrt{2}}-\frac{1}{1+\sqrt{2}}\,t+c\ \square$$

(2) Obtenga la posición en el instante t de un objeto que se mueve en línea recta con aceleración constante $a,$ velocidad inicial v_0 y desplazamiento inicial d_0.

(20 puntos).

<u>Solución:</u>

Sabemos que : $v'(t) = a(t)$ y $d'(t) = v(t)$.

Como la aceleración es constante e igual a $a,$ se tiene que :

$$v'(t) = a(t) \Rightarrow v'(t) = a \Rightarrow v(t) = \int v'(t)\,dt = \int a\,dt = at + c_1$$

Por lo tanto, $v(t) = at + c_1$

De acuerdo al enunciado la velocidad inicial es conocida e igual a $v_0,$ es decir, $v(0) = v_0$

$v(0) = v_0 \Rightarrow a(0) + c_1 = v_0 \Rightarrow c_1 = v_0$

La velocidad finalmente es : $v(t) = a\,t + v_0$

Para obtener la posición en el instante t debemos integrar la velocidad pues $d'(t) = v(t)$.

$$d'(t) = v(t) \Rightarrow$$

$$d(t) = \int d'(t)\,dt = \int v(t)\,dt = \int (at + v_0)\,dt = a\frac{t^2}{2} + v_0\,t + c_2$$

Ahora es necesario notar que el desplazamiento inicial es d_0 , luego :

$d(0) = d_0 \Rightarrow a\frac{(0)^2}{2} + v_0\,(0) + c_2 = d_0 \Rightarrow c_2 = d_0$

Finalmente, la función posición en el instante t está dada por :

$d(t) = a\frac{t^2}{2} + v_0\,t + d_0$ $\square$