

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA  
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS  
*Juan Carlos Sandoval Avendaño*

PAUTA TEST N° 5  
CÁLCULO 1 - CÁLCULO DIFERENCIAL  
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA AMBIENTAL - INGENIERÍA CIVIL  
AGRÍCOLA - INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE: \_\_\_\_\_ PTOS.: \_\_\_\_\_  
TIEMPO MÁXIMO: 40 MINUTOS FECHA: Vi 20/04/12

1. Resuelva:

a)  $4x - 2 > -x$

b)  $\frac{x}{2} + x^2 \geq \frac{1}{2}$

**(30 puntos).**

2. Obtenga el conjunto solución de la inecuación

$$\left| \frac{x}{x^2 - 1} \right| \leq 1$$

**(30 puntos).**

**Solución:**

1. a)  $4x - 2 > -x \Rightarrow 4x + x > 2 \Rightarrow 5x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{5}$

Luego el conjunto solución es:

$$S = \left] \frac{2}{5}, +\infty \right[ \square$$

b)  $\frac{x}{2} + x^2 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 + x - 1 \geq 0$

Obtengamos los puntos críticos.

$$2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-1-3}{4} = -1 \end{cases}$$

Construyamos la tabla.

|                |          |          |                        |                   |                   |
|----------------|----------|----------|------------------------|-------------------|-------------------|
|                | $x < -1$ | $x = -1$ | $-1 < x < \frac{1}{2}$ | $x = \frac{1}{2}$ | $x > \frac{1}{2}$ |
| $2x^2 + x - 1$ | +        | 0        | -                      | 0                 | +                 |

Observamos que  $2x^2 + x - 1$  es positivo o cero en los intervalos  $(-\infty, -1]$  y  $[\frac{1}{2}, +\infty)$ .

Finalmente, el conjunto solución  $S$  de la inecuación

$$\frac{x}{2} + x^2 \geq \frac{1}{2}$$

es

$$S = (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \square$$

2.  $\left| \frac{x}{x^2 - 1} \right| \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 1} \leq 1 \wedge \frac{x}{x^2 - 1} \geq -1$

Resolvamos, en primer lugar, la inecuación  $\frac{x}{x^2 - 1} \leq 1$

$$\frac{x}{x^2 - 1} \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x - x^2 + 1}{x^2 - 1} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1} \leq 0$$

Obtengamos ahora los puntos críticos.

Para el numerador.

$$-x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{-2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{-2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{-2} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0,62 \\ x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{-2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,62 \end{cases}$$

Para el denominador.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

Construyamos la tabla.

|                                | $< -1$ | $-1$  | $\left(-1, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ | $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ | $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 1\right)$ | $1$   | $\left(1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ | $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ | $> \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ |
|--------------------------------|--------|-------|-----------------------------------------|------------------------|----------------------------------------|-------|----------------------------------------|------------------------|--------------------------|
| $-x^2 + x + 1$                 | $-$    | $-1$  | $-$                                     | $0$                    | $+$                                    | $1$   | $+$                                    | $0$                    | $-$                      |
| $x^2 - 1$                      | $+$    | $0$   | $-$                                     | $\neq 0$               | $-$                                    | $0$   | $+$                                    | $\neq 0$               | $+$                      |
| $\frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$ | $-$    | $ind$ | $+$                                     | $0$                    | $-$                                    | $ind$ | $+$                                    | $0$                    | $-$                      |

La solución del primer caso estará formada por los intervalos donde el cuociente  $\frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$  sea negativo o cero, es decir,

$$S_1 = (-\infty, -1) \cup \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 1\right) \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$$

Resolvamos ahora la segunda inecuación:  $\frac{x}{x^2 - 1} \geq -1$

$$\frac{x}{x^2 - 1} \geq -1 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 1} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x + x^2 - 1}{x^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 1} \geq 0$$

Obtengamos puntos críticos.

Para el numerador.

$$x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,62 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \approx -1,62 \end{cases}$$

Para el denominador.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases}$$

Construyamos la tabla.

|                               | $< \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ | $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ | $\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, -1\right)$ | $-1$  | $\left(-1, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$ | $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ | $\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 1\right)$ | $1$   | $> 1$ |
|-------------------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------------------|-------|------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------|-------|-------|
| $x^2 + x - 1$                 | $+$                       | $0$                     | $-$                                      | $-1$  | $-$                                      | $0$                     | $+$                                     | $1$   | $+$   |
| $x^2 - 1$                     | $+$                       | $\neq 0$                | $+$                                      | $0$   | $-$                                      | $\neq 0$                | $-$                                     | $0$   | $+$   |
| $\frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$ | $+$                       | $0$                     | $-$                                      | $ind$ | $+$                                      | $0$                     | $-$                                     | $ind$ | $+$   |

La solución del segundo caso estará formada por los intervalos donde el cuociente  $\frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$  sea positivo o cero, es decir, mirando la tabla

$$S_2 = \left(-\infty, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right] \cup \left(-1, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right] \cup (1, +\infty)$$

La solución  $S$  de la inecuación con valor absoluto

$$\left| \frac{x}{x^2 - 1} \right| \leq 1$$

es

$$\begin{aligned} S &= S_1 \cap S_2 = \\ &\left\{ (-\infty, -1) \cup \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 1\right) \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right) \right\} \cap \left\{ \left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left(-1, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right] \cup (1, +\infty) \right\} = \\ &\left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right) \end{aligned}$$

Finalmente el conjunto solución de la inecuación original es

$$S = \left(-\infty, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, +\infty\right) \quad \square$$