

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 3
CÁLCULO 1 - CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA AMBIENTAL - INGENIERÍA CIVIL
AGRÍCOLA - INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE: _____ PTOS.: _____
TIEMPO MÁXIMO: 45 MINUTOS FECHA: Vi 30/03/12

1. Grafique la curva: $3x^2 + 3y^2 = 6 - 2x$

(30 puntos).

2. Obtenga la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $(-1, 3)$, y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x + y = 2$ y $x - y = 0$.

(30 puntos).

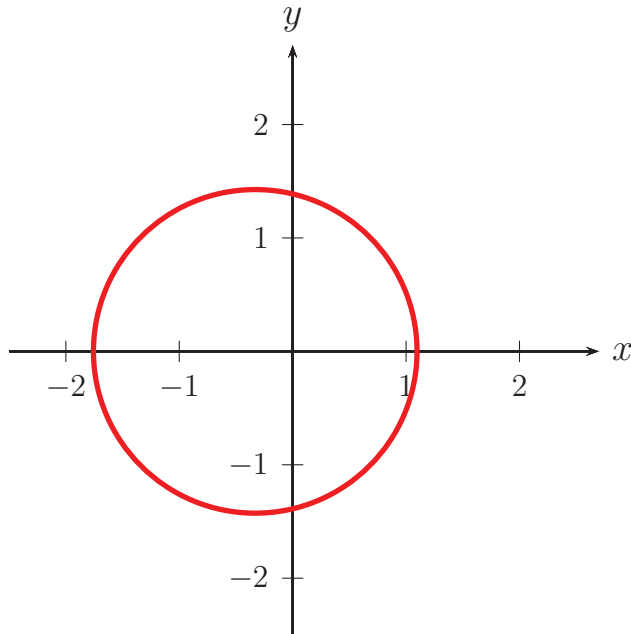
Solución:

1. Antes de graficar la curva $3x^2 + 3y^2 = 6 - 2x$ debemos escribirla en la forma canónica.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 3y^2 = 6 - 2x &\Rightarrow (3x^2 + 2x) + 3y^2 = 6 \Rightarrow 3 \left(x^2 + \frac{2}{3}x \right) + 3y^2 = 6 \Rightarrow 3 \left[\left(x^2 + \frac{2}{3}x \right) + y^2 \right] = 6 \\ &\Rightarrow \left(x^2 + \frac{2}{3}x \right) + y^2 = 2 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{3} \right)^2 - \frac{1}{9} + y^2 = 2 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{3} \right)^2 + y^2 = 2 + \frac{1}{9} \Rightarrow \\ &\left(x + \frac{1}{3} \right)^2 + y^2 = \frac{19}{9} \end{aligned}$$

De la última ecuación notamos que la curva es una circunferencia con centro en $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ y radio $\sqrt{\frac{19}{9}} \approx 1,45$

Grafiquemos la circunferencia:



□

2. Obtengamos la ecuación de la circunferencia cuyo centro C es $(-1, 3)$, y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x + y = 2$ y $x - y = 0$. Para ello, en primer lugar calcularemos el punto de intersección de las rectas mencionadas.

De la primera ecuación se tiene que: $3x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - 3x$

De la segunda ecuación: $x - y = 0 \Rightarrow y = x$.

Igualando las expresiones obtenidas para y :

$$2 - 3x = x \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Reemplazando el valor de x recién calculado en, por ejemplo, $y = x$ se tiene que $y = x = \frac{1}{2}$.

Luego el punto de intersección entre las rectas es $P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

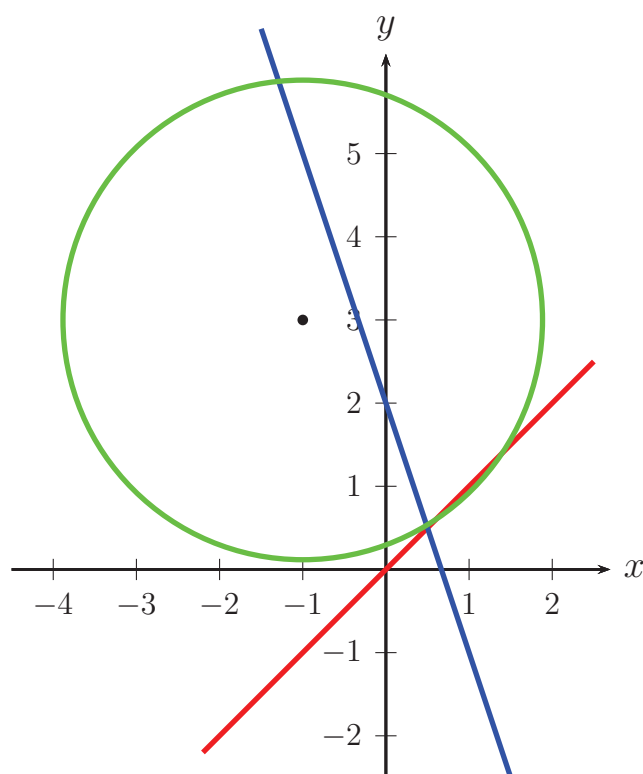
Como la circunferencia buscada pasa por el punto de intersección de las rectas y además el centro es $(-1, 3)$, entonces el radio de la circunferencia será

$$r = d(C, P) = d\left((-1, 3), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right) = \sqrt{\left(-1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{34}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Finalmente la circunferencia, cuyo centro es $(-1, 3)$, y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x + y = 2$ y $x - y = 0$, tiene ecuación:

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = \frac{34}{4}$$

El gráfico de la situación anterior (que no se solicita en el enunciado) es:



□