

**PAUTA TEST N° 1 ECUACIONES DIFERENCIALES
INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

NOMBRE : _____
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA **FECHA : Ju 28/08/25**

1) Resuelva la E.D.O. siguiente: $\frac{dM}{dx} = \frac{xM+3x-M-3}{xM-2x+4M-8}$ (30 puntos)

Solución:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{xM+3x-M-3}{xM-2x+4M-8} \Rightarrow \frac{dM}{dx} = \frac{x(M+3)-(M+3)}{x(M-2)+4(M-2)} \Rightarrow \frac{dM}{dx} = \frac{(M+3)(x-1)}{(M-2)(x+4)} \Rightarrow$$

$$\frac{M-2}{M+3} dM = \frac{x-1}{x+4} dx \Rightarrow \int \frac{M-2}{M+3} dM = \int \frac{x-1}{x+4} dx \Rightarrow \text{GeoGebra}$$

$$-5 \ln|M+3| + M = -5 \ln|x+4| + x + c \quad \square$$

2) Resuelva el P.V.I. siguiente: $(x+2y+1)dx + (2x+4y-2)dy = 0$, $y(0) = 1$ (30 puntos)

Solución:

$$(x+2y+1)dx + (2x+4y-2)dy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x+2y+1}{2x+4y-2} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(x+2y)+1}{2(x+2y)-2}$$

Sea $z = x + 2y$

$$\frac{dz}{dx} = 1 + 2 \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx} - 1 \right)$$

Luego

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(x+2y)+1}{2(x+2y)-2} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx} - 1 \right) = -\frac{z+1}{2z-2} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dx} - 1 \right) = -\frac{z+1}{2(z-1)} \Rightarrow$$

$$\frac{dz}{dx} - 1 = -\frac{z+1}{z-1} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = -\frac{z+1}{z-1} + 1 \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{-z-1}{z-1} + 1 \Rightarrow$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{-z-1+z-1}{z-1} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{-2}{z-1} \Rightarrow (z-1) dz = -2 dx \Rightarrow$$

$$\int (z-1) dz = -2 \int dx \Rightarrow \frac{1}{2}z^2 - z = -2x + c \Rightarrow z=x+2y$$

$$\frac{1}{2}(x+2y)^2 - (x+2y) = -2x + c$$

Usemos la condición inicial para obtener el valor de c

$$y(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}(0+2(1))^2 - (0+2(1)) = -2(0) + c \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}2^2 - 2 = c \Rightarrow c = 2 - 2 \Rightarrow c = 0$$

Finalmente, la solución del P.V.I. es $\frac{1}{2}(x+2y)^2 - (x+2y) = -2x$ $\square$