

**PAUTA TEST N° 3**  
**MÉTODOS NUMÉRICOS - CÁLCULO NUMÉRICO**  
**INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

**NOMBRE :** \_\_\_\_\_ **PTOS. :** \_\_\_\_\_  
**TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS** **FECHA : Ju 24/04/14**

Se estudia un cierto fenómeno  $F$  a través del tiempo  $t$ , obteniéndose la siguiente tabla

$t$	1.00	2.00	6.00
$F(t)$	0.00	1.39	10.75

Calcule el valor  $F$  en el instante  $t = 3$ , usando el método de Lagrange y el método NN.

Use 2 decimales correctamente redondeados en todos sus cálculos.

(60 puntos)

**Solución:**

Como los valores de las abscisas no están equiespaciadas podemos ocupar el método de interpolación polinomial simple o el método de Lagrange.

Usando interpolación de Lagrange, con  $n = 2$ ,  $t_0 = 1$ ;  $t_1 = 2$ ;  $t_2 = 6$ ;  $y_0 = 0$ ;  $y_1 = 1.39$ ;  $y_2 = 10.75$

$$l_0(t) = \prod_{j=1}^2 \frac{t-t_j}{t_0-t_j} = \frac{t-t_1}{t_0-t_1} \frac{t-t_2}{t_0-t_2} = \frac{t-2}{1-2} \frac{t-6}{1-6} = \frac{t-2}{-1} \frac{t-6}{-5} = \frac{1}{5}(t-2)(t-6)$$

$$l_1(t) = \prod_{j=0, j \neq 1}^2 \frac{t-t_j}{t_1-t_j} = \frac{t-t_0}{t_1-t_0} \frac{t-t_2}{t_1-t_2} = \frac{t-1}{2-1} \frac{t-6}{2-6} = \frac{t-1}{1} \frac{t-6}{-4} = -\frac{1}{4}(t-1)(t-6)$$

$$l_2(t) = \prod_{j=0}^1 \frac{t-t_j}{t_2-t_j} = \frac{t-t_0}{t_2-t_0} \frac{t-t_1}{t_2-t_1} = \frac{t-1}{6-1} \frac{t-2}{6-2} = \frac{t-1}{5} \frac{t-2}{4} = \frac{1}{20}(t-1)(t-2)$$

$$\therefore p(t) = y_0 l_0(t) + y_1 l_1(t) + y_2 l_2(t) = 0 l_0(t) + 1.39 l_1(t) + 10.75 l_2(t) =$$

$$1.39 \left( -\frac{1}{4}(t-1)(t-6) \right) + 10.75 \left( \frac{1}{20}(t-1)(t-2) \right) =$$

$$-0.35(t-1)(t-6) + 0.54(t-1)(t-2)$$

$$F(3) \approx p(3) = -0.35(3-1)(3-6) + 0.54(3-1)(3-2) =$$

$$-0.35(2)(-3) + 0.54(2)(1) = 0.35(6) + 0.54(2) = 3.16$$

Usando el método de interpolación polinomial simple.  
Sea  $p(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$  el polinomio que buscamos.

$$p(1) = 0 \Rightarrow a_0 + a_1 + a_2 = 0 \quad (1)$$

$$p(2) = 1.39 \Rightarrow a_0 + 2a_1 + 4a_2 = 1.39 \quad (2)$$

$$p(6) = 10.75 \Rightarrow a_0 + 6a_1 + 36a_2 = 10.75 \quad (3)$$

Escribamos matricialmente el sistema formado por (1), (2) y (3) :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.39 \\ 10.75 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 1.39 \\ 1 & 6 & 36 & 10.75 \end{array} \right) \rightarrow F_1(-1)+F_2; F_1(-1)+F_3$$

$$\left( \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1.39 \\ 0 & 5 & 35 & 10.75 \end{array} \right) \rightarrow F_2(-5)+F_3 \left( \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1.39 \\ 0 & 0 & 20 & 3.8 \end{array} \right)$$

$$20a_2 = 3.8 \Rightarrow a_2 = 0.19$$

$$a_1 + 3a_2 = 1.39 \Rightarrow a_1 = 1.39 - 0.57 \Rightarrow a_1 = 0.82$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 0 \Rightarrow a_0 = -a_1 - a_2 \Rightarrow a_0 = -0.82 - 0.19 \Rightarrow a_0 = -1.01$$

$$\therefore p(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 = -1.01 + 0.82t + 0.19t^2$$

$$F(3) \approx p(3) = -1.01 + 0.82(3) + 0.19(9) = 3.16 \quad \square$$