

PAUTA TEST N° 2
MÉTODOS NUMÉRICOS - CÁLCULO NUMÉRICO
INGENIERÍA AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Ma 08/04/14**

Considere el sistema

$$\begin{aligned}x_1 - 0.15x_2 &= -1 \\ -0.15x_1 + x_2 &= 1\end{aligned}$$

Realice tres iteraciones del método de Gauss-Seidel, considerando el vector inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(Trabaje con 3 decimales correctamente redondeados)

(60 puntos)

Solución:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -0.15 \\ -0.15 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -0.15 \\ -0.15 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0.0225 \approx 0.978 \neq 0$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.15 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & -0.15 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.15 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow E^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.15 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow E^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = -E^{-1}F = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -0.15 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -0.15 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.15 \\ 0 & 0.0225 \end{bmatrix}$$

$$d = E^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.15 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix}$$

Primera Iteración : $k = 0$

$$\mathbf{x}^{(1)} = M \mathbf{x}^{(0)} + d = \begin{bmatrix} 0 & 0.15 \\ 0 & 0.0225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = \|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\| = \|\mathbf{x}^{(1)}\| = \left\| \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} \right\| = 1$$

Segunda Iteración : $k = 1$

$$\mathbf{x}^{(2)} = M \mathbf{x}^{(1)} + d = \begin{bmatrix} 0 & 0.15 \\ 0 & 0.0225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.1275 \\ 0.019125 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8725 \\ 0.869125 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -0.873 \\ 0.869 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = \|\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(1)}\| = \left\| \begin{bmatrix} -0.8725 \\ 0.869125 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} \right\| =$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 0.1275 \\ 0.019125 \end{bmatrix} \right\| = 0.1275 \approx 0.128$$

Tercera Iteración : $k = 2$

$$\mathbf{x}^{(3)} = M \mathbf{x}^{(2)} + d = \begin{bmatrix} 0 & 0.15 \\ 0 & 0.0225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.8725 \\ 0.869125 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.13036875 \\ 0.019555312 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0.85 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.86963125 \\ 0.869555312 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -0.870 \\ 0.870 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = \|\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{x}^{(2)}\| = \left\| \begin{bmatrix} -0.86963125 \\ 0.869555312 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.8725 \\ 0.869125 \end{bmatrix} \right\| =$$

$$\left\| \begin{bmatrix} 0.00286875 \\ 0.000430312 \end{bmatrix} \right\| = 0.00286875 \approx 0.003$$