

PAUTA TEST N° 2
CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Lu 30/05/05**
PROFESOR: *Juan Carlos Sandoval Avendaño*

Resuelva las siguientes inecuaciones y dibuje la solución en la recta real.

a) $\left| \frac{x^2-2}{x-3} \right| \leq 1$

(30 puntos)

Solución:

$$\left| \frac{x^2-2}{x-3} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{x^2-2}{x-3} \wedge \frac{x^2-2}{x-3} \leq 1$$

Parte 1 : $-1 \leq \frac{x^2-2}{x-3} \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2-2}{x-3} + 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2-2+x-3}{x-3} \Rightarrow$

$$0 \leq \frac{x^2+x-5}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+x-5}{x-3} \geq 0$$

Puntos críticos :

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+20}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \Rightarrow$$

$$x = \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \approx 1.8 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \approx -2.8 \end{cases}$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

La tabla es :

	$x < -2.8$	$x = -2.8$	$-2.8 < x < 1.8$	$x = 1.8$	$1.8 < x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$x^2 + x - 5$	+	0	-	0	+	7	+
$x - 3$	-	-	-	-	-	0	+
$\frac{x^2+x-5}{x-3}$	-	0	+	0	-	indet.	+

De la tabla vemos que la solución para este primer caso es (recuerde que nos interesan los intervalos en donde el cuociente es mayor o igual a cero) :

$$S_1 = \left[\frac{-1-\sqrt{21}}{2}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \right] \cup] 3, +\infty[$$

Parte 2 : $\frac{x^2-2}{x-3} \leq 1 \Rightarrow \frac{x^2-2}{x-3} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-2-x+3}{x-3} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-x+1}{x-3} \leq 0$

Puntos críticos :

$$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

Si tomamos $x = 0$, entonces $x^2 - x + 1 = 0^2 - 0 + 1 = 1 > 0$, por lo tanto $x^2 - x + 1$ es siempre positivo.

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

La tabla es :

	$x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$x^2 - x + 1$	+	7	+
$x - 3$	-	0	+
$\frac{x^2-x+1}{x-3}$	-	<i>indet.</i>	+

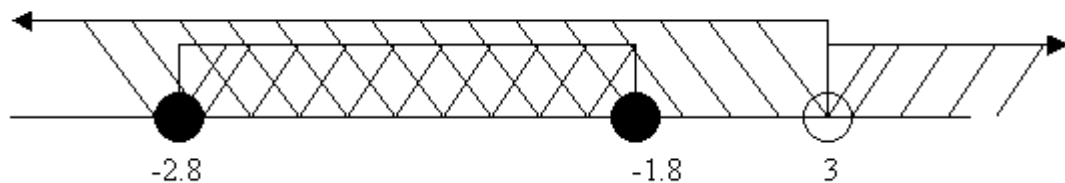
De la tabla, recordando que nos interesan los intervalos en donde el cuociente sea negativo o cero,

$$S_2 =] -\infty, 3[$$

La solución final S_f es :

$$S_f = S_1 \cap S_2 = \left(\left[\frac{-1-\sqrt{21}}{2}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \right] \cup] 3, +\infty[\right) \cap] -\infty, 3[= \left[\frac{-1-\sqrt{21}}{2}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \right]$$

Gráficamente :



□

b) $|-5x + 1| \geq 2$

(30 puntos)

Solución:

$$|-5x + 1| \geq 2 \Rightarrow -5x + 1 \geq 2 \quad \vee \quad -5x + 1 \leq -2$$

Parte 1 :

$$-5x + 1 \geq 2 \Rightarrow -5x \geq 2 - 1 \Rightarrow -5x \geq 1 \Rightarrow /^{-1} 5x \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{5}$$

$$\therefore S_1 = \left] -\infty, -\frac{1}{5} \right]$$

Parte 2 :

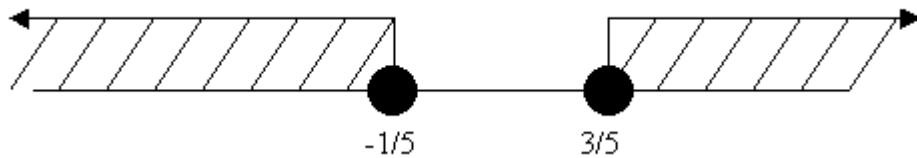
$$-5x + 1 \leq -2 \Rightarrow -5x \leq -2 - 1 \Rightarrow -5x \leq -3 \Rightarrow /^{-1} 5x \geq 3 \Rightarrow x \geq \frac{3}{5}$$

$$\therefore S_2 = \left[\frac{3}{5}, \infty \right[$$

La solución final S_f es la unión de las soluciones de la parte 1 y 2 :

$$S_f = S_1 \cup S_2 = \left] -\infty, -\frac{1}{5} \right] \cup \left[\frac{3}{5}, \infty \right[$$

Gráficamente :



□