

**EJERCICIOS RESUELTOS
CÁLCULO DIFERENCIAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL**

(1) Identifique y grafique las curvas siguientes:

a) $x^2 - 2x + y^2 - y = 1$

b) $-2x^2 + 2y^2 - 4y = 0$

c) $(x - 1)^2 + \frac{y^2}{3} = y$

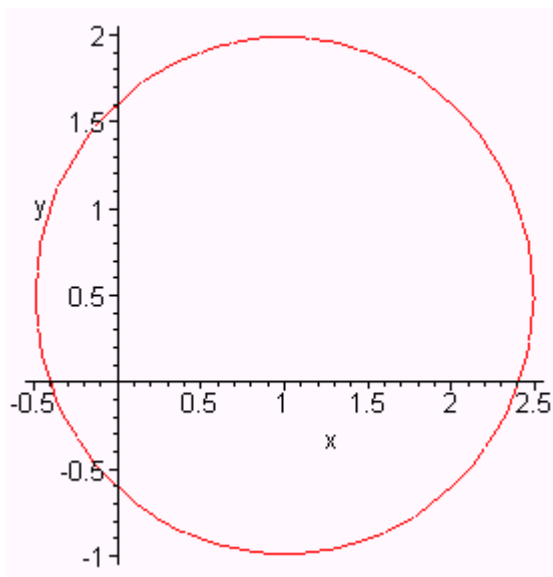
Solución:

a) $x^2 - 2x + y^2 - y = 1 \Rightarrow (x^2 - 2x) + (y^2 - y) = 1 \Rightarrow$

$$(x - 1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 1 + 1 + \frac{1}{4} \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4}$$

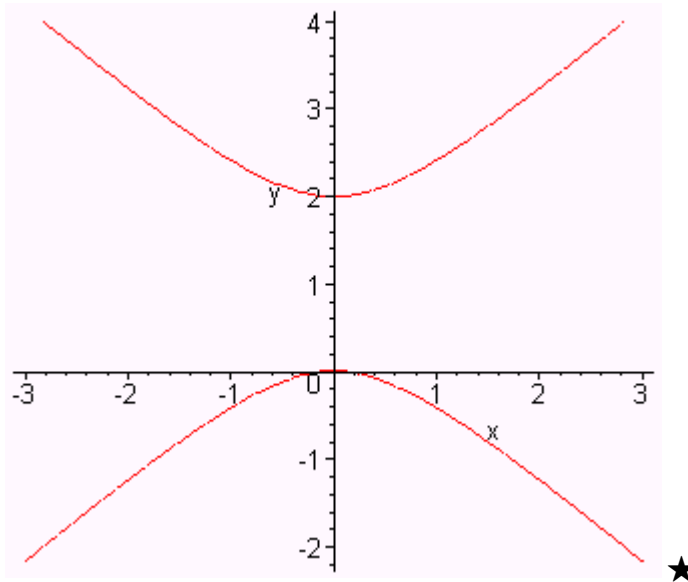
Es una circunferencia con centro $C = (1, \frac{1}{2})$ y radio $r = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$

La gráfica es :



$$b) -2x^2 + 2y^2 - 4y = 0 \Rightarrow -x^2 + y^2 - 2y = 0 \Rightarrow -x^2 + (y^2 - 2y) = 0 \Rightarrow -x^2 + (y-1)^2 = 1$$

Es una hipérbola con centro $C = (0, 1)$, $a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$, $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$



$$c) (x-1)^2 + \frac{y^2}{3} = y \Rightarrow (x-1)^2 + \frac{y^2}{3} - y = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (\frac{y^2}{3} - y) = 0 \Rightarrow$$

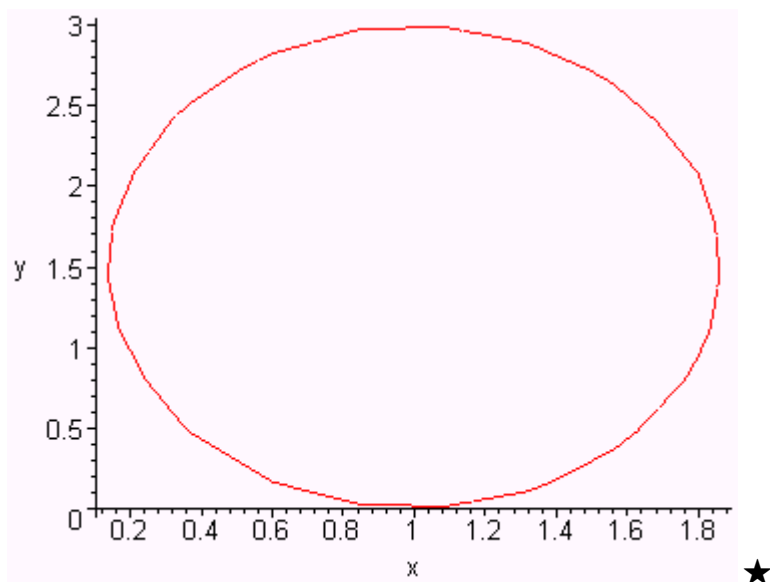
$$(x-1)^2 + \frac{1}{3}(y^2 - 3y) = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + \frac{1}{3}(y - \frac{3}{2})^2 = \frac{9}{12} \Rightarrow$$

$$(x-1)^2 + \frac{(y-\frac{3}{2})^2}{3} = \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{\frac{9}{12}} + \frac{(y-\frac{3}{2})^2}{\frac{27}{12}} = 1$$

Es una elipse con centro $C = (1, \frac{3}{2})$,

$$a^2 = \frac{27}{12} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{27}{12}} = \frac{3}{2} = 1.5,$$

$$b^2 = \frac{9}{12} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{9}{12}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866$$



(2) Obtenga los puntos de intersección entre $y^2 = x + 1$ y $x^2 - y^2 = 1$. Grafique.

Solución:

Tenemos que

$$y^2 = x + 1 \quad (1)$$

y

$$x^2 - y^2 = 1 \quad (2)$$

Reemplazando $y^2 = x + 1$ en la ecuación (2) :

$$x^2 - y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = x + 1 \Rightarrow x^2 - (x + 1) = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

Para $x_1 = 2$, se tiene reemplazando en la ecuación (1) :

$$y^2 = x_1 + 1 \Rightarrow y_1^2 = 2 + 1 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \sqrt{3} \approx 1.73 \\ y_2 = -\sqrt{3} \approx -1.73 \end{cases}$$

Para $x_2 = -1$, se tiene reemplazando en la ecuación (1) :

$$y^2 = x_2 + 1 \Rightarrow y_1^2 = -1 + 1 \Rightarrow y^2 = 0 \Rightarrow y_3 = 0$$

Por lo tanto, los puntos de intersección son :

$$P_1 = (x_1, y_1) = (2, \sqrt{3})$$

$$P_2 = (x_1, y_2) = (2, -\sqrt{3})$$

$$P_3 = (x_2, y_3) = (-1, 0)$$

El gráfico es :

