

LISTADO N° 6 DE EJERCICIOS DE CÁLCULO III

1 En los ejercicios siguientes calcule el área superficial.

a) La parte del plano $x + 2y + z = 4$ que cae dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$
($R : 4\sqrt{6}\pi$)

b) La parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ que cae dentro del cilindro $x^2 + y^2 = ax$ y arriba del plano xy ($R : a^2(\pi - 2)$)

2 Calcule las integrales :

a) $\int \int \int_E yz \, dV$, donde

$E = \{(x, y, z) / 0 \leq z \leq 1, 0 \leq y \leq 2z, 0 \leq x \leq z + 2\}$ ($R : \frac{7}{5}$)

b) $\int \int \int_E y \, dV$, donde E cae bajo el plano $z = x + 2y$ y arriba de la región en el plano xy acotada por las curvas $y = x^2$, $y = 0$, y $x = 1$. ($R : \frac{5}{28}$)

c) $\int \int \int_E x \, dV$, donde E está acotado por el paraboloido $x = 4y^2 + 4z^2$ y el plano $x = 4$. ($R : \frac{16\pi}{3}$)

3 Obtenga el volumen del sólido dado :

a) El tetraedro acotado por los planos coordenados y el plano $2x + 3y + 6z = 12$
($R : 8$)

b) El sólido acotado por $x = y^2$ y los planos $z = 0$ y $x + z = 1$
($R : \frac{8}{15}$)

4 Determine el momento de inercia de un cubo con densidad constante k y lado L , si uno de los vértices está en el origen y tres aristas caen en los ejes coordenados.
($R : I_x = \frac{2kL^5}{3}$)

5 Calcular, usando coordenadas cilíndricas,

a) $\int \int_E \int (x^2 + y^2) dV$, donde E es la región acotada por el cilindro $x^2 + y^2 = 4$ y los planos $z = -1$ y $z = 2$.

$$(R : 24\pi)$$

b) $\int \int_E \int y dV$, donde E es el sólido que cae entre los cilindros $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$, arriba del plano xy , y abajo del plano $z = x + 2$.

$$(R : 0)$$

6 Obtenga la masa del sólido S acotado por el paraboloides $z = 4x^2 + 4y^2$ y el plano $z = a$, con $a > 0$, si S tiene densidad constante.

$$(R : m = \frac{a^2\pi k}{8})$$

7 Calcule las siguientes integrales, usando coordenadas esféricas:

a) $\int \int_B \int (x^2 + y^2 + z^2) dV$, donde B es la bola unitaria $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

$$(R : \frac{4\pi}{5})$$

b) $\int \int_E \int \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$, donde E está acotado por abajo por el cono $\phi = \frac{\pi}{6}$ y arriba por la esfera $\rho = 2$.

$$(R : 4\pi(2 - \sqrt{3}))$$

8 Calcule el volumen del sólido que cae arriba del cono $\phi = \frac{\pi}{3}$ y abajo de la esfera $\rho = 4 \cos\phi$

$$(R : 10\pi)$$