

LISTADO N° 5 DE EJERCICIOS DE CÁLCULO III

1 Calcule las siguientes integrales :

a) $\int_0^4 \int_0^2 x \sqrt{y} \, dx \, dy$ ($R : \frac{32}{3}$)

b) $\int_0^{\pi/4} \int_0^3 \operatorname{sen}(x) \, dy \, dx$ ($R : 3(1 - (1/\sqrt{2}))$)

2 Calcule la integral doble $\int_R \int (2y^2 - 3xy^3) \, dA$ sobre la región

$R = \{(x, y)/1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$ ($R : -\frac{585}{8}$)

3 Obtenga el volumen del sólido que cae bajo el plano $z = 2x + 5y + 1$ y arriba del rectángulo $\{(x, y)/-1 \leq x \leq 0, 1 \leq y \leq 4\}$ ($R : \frac{75}{2}$)

(Indicación: Si $f(x, y) \geq 0$ y f es integrable sobre el rectángulo R , entonces el volumen del sólido que cae arriba de R y bajo la superficie $z = f(x, y)$ es $V = \int_R \int f(x, y) \, dA$)

4 Calcule las siguientes integrales :

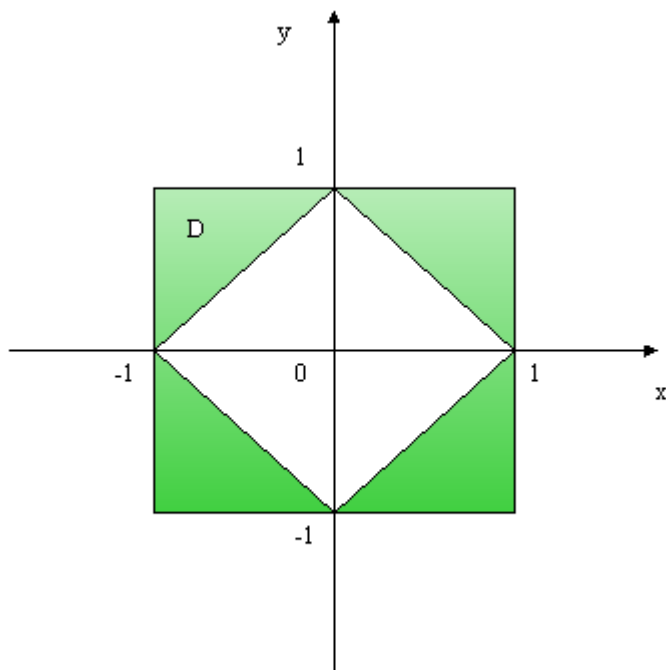
a) $\int_D \int x \cos(y) \, dA$, donde D está acotado por $y = 0$, $y = x^2$, $x = 1$
($R : (1 - \cos(1))/2$)

b) $\int_D \int xy \, dA$, donde D es la parte del primer cuadrante del disco con centro $(0, 0)$ y radio 1. ($R : \frac{1}{8}$)

5 Calcule el volumen del sólido que está bajo el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y arriba de la región acotada por $y = x^2$ y $x = y^2$. ($R : \frac{6}{35}$)

6 Expresé D como la unión de regiones del tipo I o II y evalúe la integral

$\int_D \int x^2 \, dA$ ($R : 4 \int_0^1 \int_{1-x}^1 x^2 \, dy \, dx$)



7 Calcule las siguientes integrales :

a) $\int_R \int x \, dA$, donde R es el disco con centro el origen y radio 5. ($R : 0$)

b) $\int_R \int xy \, dA$, donde R es la región en el primer cuadrante que cae entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 25$. ($R : \frac{609}{8}$)

c) $\int_D \int \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dA$, donde D es la región que cae el interior del cardiode $r = 1 + \sin(\alpha)$ y fuera de la circunferencia $r = 1$. ($R : 2$)

8 Use coordenadas polares para obtener el volumen de una esfera de radio a
($R : \frac{4}{3}\pi a^3$)

9 Calcule la masa y el centro de masa de una lámina que ocupa la región D del primer cuadrante acotada por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$ y que tiene función de densidad $\rho(x, y) = xy$.

Calcule los momentos de inercia I_x , I_y e I_0 para la lámina anterior.

($R : m = \frac{1}{6}$; $(\bar{x}, \bar{y}) = (\frac{4}{7}, \frac{3}{4})$; $I_x = \frac{1}{10}$; $I_y = \frac{1}{16}$; $I_0 = \frac{13}{80}$)