UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPARTAMENTO DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

LISTADO N° 2 DE EJERCICIOS DE CÁLCULO III

1 Identifique y dibuje la superficie $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 4 = 0$.
$(R:$ Hiperboloide de dos hojas$)$.

2 Identifique y grafique las superficies:
$a)\ x^2 + y^2 = 1$ $(R:$ Cilindro circular cuyo eje es el eje $z)$
$b)\ x^2 - y^2 + 4y + z = 4$ $(R:$ Paraboloide hiperbólico con centro en $(0,2,0))$
$c)\ y^2 + 9z^2 = 9$ $(R:$ Cilindro elíptico centrado en el origen cuyo eje es el $x)$
$d)\ x^2 - y^2 - z^2 - 4x - 4y = 0$ $(R:$ Cono con eje paralelo al eje x y vértice en $(2,-2,0))$

3 Dibuje la región acotada por las superficies $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 = 1$, y $z = 2$.

4 Obtenga una ecuación para la superficie que consta de todos los puntos que son equidistantes del punto $(-1,0,0)$ y el plano $x = 1$. Identifique la superficie.
$(R:\ -4x = y^2 + z^2$. Paraboloide circular con vértice en el origen, eje el eje x y abierto hacia atrás$)$.

5 Dibuje la curva con la ecuación vectorial dada e indique con una flecha la dirección en la cual t aumenta.
$a)\ \vec{\boldsymbol{f}}(t) = \ < t, -t, 2t >$
$(R:$ Recta que pasa por el origen y con vector director $< 1, -1, 2 >)$

$b)\ \vec{\boldsymbol{f}}(t) = sen(t)\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} + cos(t)\,\boldsymbol{k}$
$(R:$ Circunferencia de radio 1, centro $(0,3,0)$ en el plano $y = 3)$

6 Muestre que la curva con ecuaciones paramétricas $x = t\,cos(t)$, $y = t\,sen(t)$, $z = t$ cae en el cono $z^2 = x^2 + y^2$, y use este hecho para graficar la curva.

7 Determine:
$a)\ \lim\limits_{t \to 1} \left(\sqrt{t+3}\,\boldsymbol{i} + \frac{t-1}{t^2-1}\,\boldsymbol{j} + \frac{tg(t)}{t}\,\boldsymbol{k} \right)$
$b)$ El dominio y la primera derivada de $\vec{\boldsymbol{f}}(t) = ln(4 - t^2)\,\boldsymbol{i} + \sqrt{1+t}\,\boldsymbol{j} - 4\,e^{3t}\,\boldsymbol{k}$ y de $\vec{\boldsymbol{g}}(t) = t\,\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + t\,\mathbf{c})$, con $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$.

8 Obtenga las ecuaciones paramétricas para la recta tangente a la curva $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$ en el punto $(1, 1, 1)$.
$(R: \ x = 1 + t, \ y = 1 + 2t, \ z = 1 + 3t\,)$

9 Si $\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t) \neq \theta$, muestre que $\frac{d}{dt}\left\|\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t)\right\| = \frac{1}{\left\|\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t)\right\|} < \overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t), \overrightarrow{\boldsymbol{f}'}\,(t) >$

10 Calcule la longitud de la curva $\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t) = \ < 2t, 3\,sen(t), 3\,cos(t) >$ en el intervalo $[\,a, b\,]$.
$(R: \ \sqrt{13}\,(b - a)\,)$.

11 Calcule la curvatura de:
$a)$ $\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t) = \ < 1, t, t^2 >$
$b)$ $y = \ sen(x)$ $\qquad\qquad$ $(R: \kappa(x) = \frac{|sen(x)|}{(1+cos^2(x))^{3/2}}\,)$

12 Una partícula móvil parte en la posición inicial $\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(0) = \ < 1, 0, 0 >$ con velocidad inicial $\overrightarrow{\mathbf{v}}\,(0) = \ \boldsymbol{i}\ - \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$. Su aceleración es $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,(t) = 4t\,\boldsymbol{i}\ + 6t\,\boldsymbol{j} + \ \boldsymbol{k}$. Obtenga su velocidad y posición en el instante t.
$(R: \overrightarrow{\mathbf{v}}\,(t) = (2t^2 + 1)\,\boldsymbol{i}\ + (3t^2 - 1)\,\boldsymbol{j} + (t + 1)\,\boldsymbol{k}$ **;**
$\overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,(t) = (\frac{2t^2}{3} + t + 1)\,\boldsymbol{i}\ + (t^3 - t)\,\boldsymbol{j} + (\frac{t^2}{2} + t)$

(Indicación: $\overrightarrow{\mathbf{a}}\,(t) = \overrightarrow{\mathbf{v}}\,'(t)\,;\ \overrightarrow{\mathbf{v}}\,(t) = \overrightarrow{\boldsymbol{f}}\,'(t)\,)$.