UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPARTAMENTO DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

LISTADO N° 1 DE EJERCICIOS DE CÁLCULO III

1 Dibuje una caja rectangular que tenga a $P(4,3,0)$ y $Q(1,6,-4)$ como vértices opuestos y caras paralelas a los ejes coordenados.
$a)$ Calcule las coordenadas de los seis vértices de la caja.
$b)$ Calcule la longitud de la diagonal de la caja. $(R:\ \sqrt{34})$

2 Determine si las siguientes ecuaciones representan una esfera, y en caso afirmativo obtenga el centro y el radio.
$a)$ $x^2+y^2+z^2+x-2y+6z-2=0$ $\quad (R: C(-\frac{1}{2},1,-3)\,;\ r=\frac{7}{2})$
$b)$ $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$, donde $a^2+b^2+c^2>4d$.

3 Una fuerza constante con representación vectorial $\boldsymbol{F}=10\,\boldsymbol{i}+18\,\boldsymbol{j}-6\boldsymbol{k}$ mueve un objeto a través de una línea recta desde el punto $(2,3,0)$ al punto $(4,9,15)$. Obtenga el trabajo realizado si la distancia es medida en metros y la magnitud de la fuerza es medida en newtons.

Indicación: El trabajo realizado por una fuerza constante $\boldsymbol{F}$ es $W=\,<\boldsymbol{F},\boldsymbol{D}>$ donde $\boldsymbol{D}$ es el vector desplazamiento.
$(R:\ 38\,joules)$

4 Determine el ángulo entre una diagonal de un cubo y una de sus aristas. $(R: 55°)$

5 Calcule el volúmen del paralelepípedo determinado por los vectores $\boldsymbol{a}=2\,\boldsymbol{i}+3\,\boldsymbol{j}-2\,\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$ y $\boldsymbol{c}=2\,\boldsymbol{i}+3\,\boldsymbol{k}$.

Indicación: El volúmen de un paralelepípedo determinado por los vectores $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{c}$ es $V=|<\boldsymbol{a},\,(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})>|$

6 Muestre que los vectores

$$\boldsymbol{a}=2\,\boldsymbol{i}+3\,\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}\,,\ \boldsymbol{b}=\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}\ \text{ y }\ \boldsymbol{c}=7\,\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}+2\,\boldsymbol{k}$$

son coplanares.

Indicación: Calcule el volúmen del paralelepípedo determinado por los tres vectores dados.

7 $a)$ Sea P un punto que no pertenece a la recta L que pasa a través de los puntos Q y R. Muestre que la distancia d desde el punto P a la recta L es

$$d = \frac{\|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\|}{\|\boldsymbol{a}\|}$$

donde $\boldsymbol{a} = \overrightarrow{\boldsymbol{QR}}$ y $\boldsymbol{b} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$.
$b)$ Use la fórmula de la parte $a)$ para obtener la distancia desde el punto $P(1,1,1)$ a la recta que pasa por los puntos $Q(0,6,8)$ y $R(-1,4,7)$.

8 $a)$ Obtenga las ecuaciones simétricas para la recta que pasa a través del punto $(0,2,-1)$ y es paralela a la recta $x = 1+2t,\ y = 3t,\ z = 5-7t$.
$b)$ Encuentre los puntos de intersección de la recta anterior con los planos coordenados.

9 Determine la ecuación del plano que pasa por el punto $P(1,6,-4)$ y que contiene a la recta $x = 1+2t,\ y = 2-3t,\ z = 3-t$
$(R : 25x + 14y + 8z = 77)$.

10 Obtenga el punto de intersección de la recta $x = 1+2t,\ y = -1,\ z = t$ con el plano $2x + y - z + 5 = 0$.

11 Determine la ecuación del plano que pasa a través de la recta de intersección de los planos $x + y - z = 2$ y $2x - y + 3z = 1$, y que pasa además por el punto $(-1,2,1)$.
$(R : x - 2y + 4z = 1)$

12 Muestre que la distancia entre los planos paralelos $ax + by + cz = d_1$ y $ax + by + cz = d_2$ es

$$D = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Calcule la distancia desde el plano $3x + 6y - 9z = 4$ y $x + 2y - 3z = 1$.