UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TAREA Nº 1 CÁLCULO II — CÁLCULO INTEGRAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

1) Muestre que para el movimiento en línea recta con aceleración constante a, velocidad inicial v_0, y desplazamiento inicial d_0, la posición en el instante t está dada por $d(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + d_0$.

(30 puntos).

Solución:

Recordemos que $v'(t) = a(t)$

$$v'(t) = a(t) \Rightarrow v(t) = \int v'(t)\,dt = \int a(t)\,dt = \int a\,dt = a\int dt = at + c_1$$

Por lo tanto, $v(t) = at + c_1$

Pero, $v(0) = v_0$

$$v(0) = a(0) + c_1 = v_0 \Rightarrow c_1 = v_0$$

$$\therefore\ v(t) = a\,t + v_0$$

Recordemos también que $d'(t) = v(t)$

$$d'(t) = v(t) \Rightarrow d(t) = \int d'(t)\,dt = \int v(t)\,dt = \int (at + v_0)\,dt =$$

$$a\int t\,dt + v_0 \int dt = a\,\frac{t^2}{2} + v_0\,t + c_2$$

Pero, $d(0) = d_0$

$$d(0) = a\,\frac{(0)^2}{2} + v_0\,(0) + c_2 = d_0 \Rightarrow c_2 = d_0$$

$\therefore\ d(t) = a\,\frac{t^2}{2} + v_0\,t + d_0$, que es lo que se quería mostrar. $\square$

2) Sabiendo que $\int_0^4 [f(x) - 2g(x)]\,dx = 3$, $\int_4^0 2[f(x) + g(x)]\,dx = -2$ y $\int_2^4 g(x)\,dx = 10$, calcule $\int_0^4 f(x)\,dx$ y $\int_0^2 g(x)\,dx$

(30 puntos).

Solución:

$$\int_0^4 [f(x) - 2g(x)]\,dx = 3 \;\Rightarrow \int_0^4 f(x)\,dx \;- 2\int_0^4 g(x)\,dx = 3$$

$$\xRightarrow{J=\int_0^4 f(x)\,dx\,;\,C=\int_0^4 g(x)\,dx} \; J - 2C = 3 \qquad\qquad (*)$$

$$\int_4^0 2[f(x) + g(x)]\,dx = \,-2 \Rightarrow \,-\int_0^4 2[f(x) + g(x)]\,dx = \,-2 \Rightarrow$$

$$-2\int_0^4 [f(x) + g(x)]\,dx = \,-2 \Rightarrow \int_0^4 [f(x) + g(x)]\,dx = 1 \Rightarrow$$

$$\int_0^4 [f(x)\,dx + \int_0^4 g(x)\,dx = 1 \Rightarrow J + C = 1 \qquad\qquad (**)$$

De $(**)$: $J = 1 - C$

Reemplazando en $(*)$:

$$J - 2C = 1 - C - 2C = 3 \Rightarrow 1 - 3C = 3 \Rightarrow \,-3C = 2 \Rightarrow C \equiv \int_0^4 g(x)\,dx = \,-\frac{2}{3}$$

Luego, $J = 1 - C = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow J \equiv \int_0^4 f(x)\,dx = \frac{5}{3}$

Por otro lado,

$$\int_0^4 g(x)\,dx = \int_0^2 g(x)\,dx + \int_2^4 g(x)\,dx \Rightarrow \,-\frac{2}{3} = \int_0^2 g(x)\,dx + 10 \Rightarrow$$

$$\int_0^2 g(x)\,dx = \,-\frac{2}{3} - 10 \Rightarrow \int_0^2 g(x)\,dx = \,-\frac{32}{3}$$

Finalmente : $\int_0^4 f(x)\,dx = \frac{5}{3}$ y $\int_0^2 g(x)\,dx = \,-\frac{32}{3}$ ❑