UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST Nº 3 CÁLCULO II - CÁLCULO INTEGRAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :_____ **PTOS. :**_____
TIEMPO MÁXIMO : 60 MINUTOS **FECHA : Vi 03/11/06**

Calcule :

$a)\ \int x^2\, 5^x\, dx$

(30 puntos).

Solución:

$p' = 5^x \Rightarrow p = \int 5^x\, dx = \frac{1}{ln(5)} 5^x$ (Recuerde que $(5^x)' = ln(5)\, 5^x$)
$q = x^2 \Rightarrow q' = 2x$

Luego

$\int x^2\, 5^x\, dx = \frac{x^2}{ln(5)} 5^x - \frac{2}{ln(5)} \int x\, 5^x\, dx$

Calculemos $\int x\, 5^x\, dx$ usando nuevamente integración por partes.

$p' = 5^x \Rightarrow p = \frac{1}{ln(5)} 5^x$
$q = x \Rightarrow q' = 1$

$\int x\, 5^x\, dx = \frac{x}{ln(5)} 5^x - \frac{1}{ln(5)} \int 5^x\, dx = \frac{x}{ln(5)} 5^x - \frac{1}{ln^2(5)} 5^x$

$\therefore\ \int x^2\, 5^x\, dx = \frac{x^2}{ln(5)} 5^x - \frac{2}{ln(5)} \left[\frac{x}{ln(5)} 5^x - \frac{1}{ln^2(5)} 5^x \right] =$

$\frac{x^2}{ln(5)} 5^x - \frac{2x}{ln^2(5)} 5^x + \frac{2}{ln^3(5)} 5^x = 5^x \left[\frac{x^2}{ln(5)} - \frac{2x}{ln^2(5)} + \frac{2}{ln^3(5)} \right] \square$

$b) \int \frac{1-sen(x)}{cos(x)}\, dx$

(30 puntos).

Solución:

$$\int \frac{1-sen(x)}{cos(x)}\, dx = \int \frac{1}{cos(x)}\, dx - \int \frac{sen(x)}{cos(x)}\, dx = \int sec(x)\, dx - \int tg(x)\, dx$$

Calculemos $\int sec(x)\, dx$.

$$\int sec(x)\, dx = \int sec(x) \frac{sec(x)+tg(x)}{sec(x)+tg(x)}\, dx = \int \frac{sec^2(x)+sec(x)\, tg(x)}{sec(x)+tg(x)}\, dx$$

Hagamos $u = sec(x) + tg(x)$, luego $du = [sec(x)\, tg(x) + sec^2(x)]\, dx$

$$\int \frac{sec^2(x)+sec(x)\, tg(x)}{sec(x)+tg(x)}\, dx = \int \frac{1}{u}\, du = ln|u| = ln|sec(x) + tg(x)|$$

Por lo tanto, $\int sec(x)\, dx = ln|sec(x) + tg(x)|$

Calculemos ahora $\int tg(x)\, dx$

$$\int tg(x)\, dx = \int \frac{sen(x)}{cos(x)}\, dx = {}^{u=cos(x) \Rightarrow du=-sen(x)\, dx} \int \frac{-1}{u}\, du = -\int \frac{1}{u}\, du =$$

$$-ln|u| = -ln|cos(x)|$$

Finalmente,

$$\int \frac{1-sen(x)}{cos(x)}\, dx = \int sec(x)\, dx - \int tg(x)\, dx = ln|sec(x) + tg(x)| + ln|cos(x)| \blacksquare$$