UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST Nº 2 CÁLCULO II - CÁLCULO INTEGRAL
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ PTOS. :________
TIEMPO MÁXIMO : 50 MINUTOS FECHA : Vi 20/10/06

(1) Calcule : $\int x\, e^{|2x^2-1|}\, dx$

(30 puntos).

<u>Solución:</u>

$$|2x^2-1| = \begin{cases} 2x^2-1 & , \text{ si } 2x^2-1 \geq 0 \,(\text{ó } |x| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}) \\ -(2x^2-1) & , \text{ si } 2x^2-1 < 0 \,(\text{ó } |x| < \frac{1}{\sqrt{2}}) \end{cases}$$

Por lo tanto :

$$\int x\, e^{|2x^2-1|}\, dx = \begin{cases} A = \int x\, e^{(2x^2-1)}\, dx & , \text{ si } |x| \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ B = \int x\, e^{-(2x^2-1)}\, dx & , \text{ si } |x| < \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Calculemos A : $u = 2x^2-1 \Rightarrow du = 4x\, dx \Rightarrow x\, dx = \frac{1}{4}\, du$

$$\int x\, e^{(2x^2-1)}\, dx = \frac{1}{4}\int e^u\, du = \frac{1}{4}e^u + c_1 = \frac{1}{4}e^{2x^2-1} + c_1$$

Calculemos B : $u = -(2x^2-1) \Rightarrow u = -2x^2+1 \Rightarrow du = -4x\, dx \Rightarrow$

$x\, dx = -\frac{1}{4}\, du$

$$\int x\, e^{-(2x^2-1)}\, dx = -\frac{1}{4}\int e^u\, du = -\frac{1}{4}e^u + c_2 = -\frac{1}{4}e^{-2x^2+1} + c_2$$

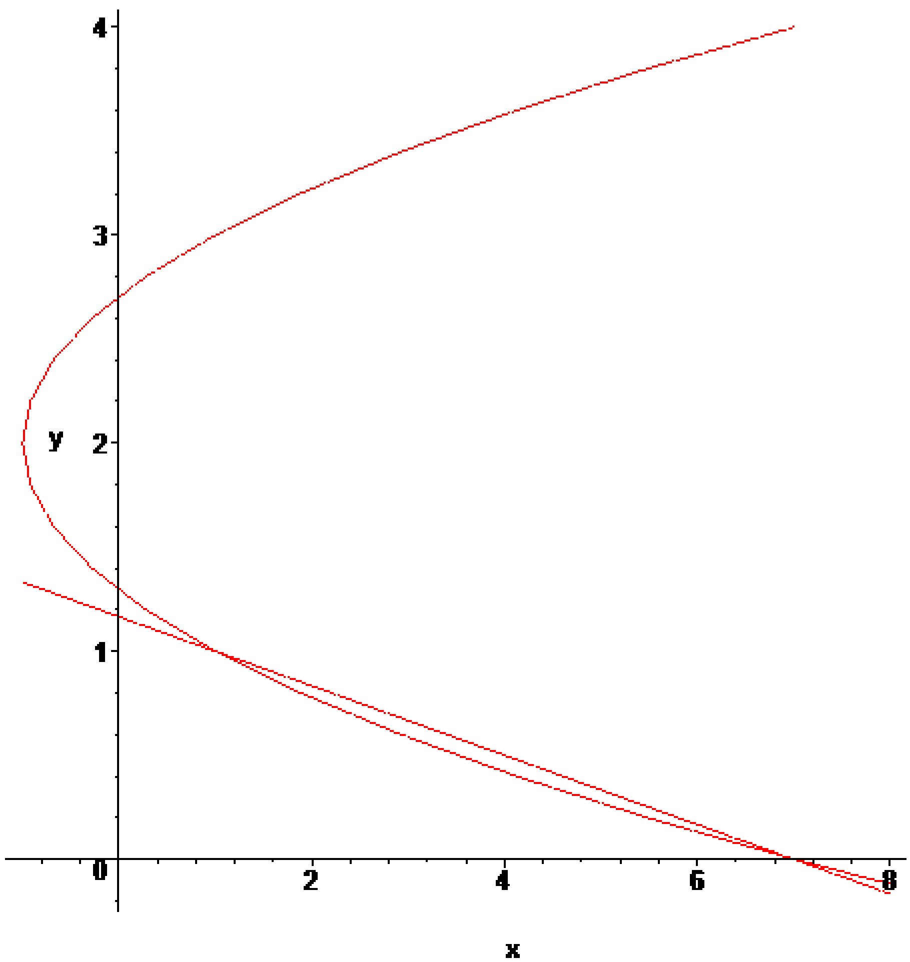
Finalmente :

$$\int x\, e^{|2x^2-1|}\, dx \;=\; \begin{cases} A = \frac{1}{4}e^{2x^2-1} + c_1 & , \text{ si } |x| \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ B = \; -\frac{1}{4}e^{-2x^2+1} + c_2 & , \text{ si } |x| < \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \square$$

(2) Obtenga el área de la región encerrada por las curvas $x+1=2(y-2)^2$ y $x+6y=7$

(30 puntos).

Solución:



Calculemos los puntos de intersección entre las curvas.

$x+6y=7 \Rightarrow x=7-6y$

Reemplazando en la ecuación de la parábola.

$x+1=2(y-2)^2 \Rightarrow 7-6y+1=2(y-2)^2 \Rightarrow 8-6y=2(y^2-4y+4) \Rightarrow$

$8-6y=2y^2-8y+8 \Rightarrow 2y^2-2y=0 \Rightarrow y(2y-2)=0 \Rightarrow y_1=0 \vee y_2=1$

Luego

$x_1=7-6y_1=7-6(0)=7$

$x_2=7-6y_2=7-6(1)=1$

Los puntos de intersección son : $P_1=(7,0)\,;\,P_2=(1,1)$

Si integramos con respecto a x, se observa que la recta es la función mayor y la parábola la menor en el intervalo $[1,7]$.

Notemos que :

De la recta : $y=\frac{7-x}{6}$

De la parábola : $x+1=2(y-2)^2 \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{x+1}{2}}+2$

Notemos que de las dos ramas se considera la de abajo, es decir, $y=\,-\sqrt{\frac{x+1}{2}}+2$

$\text{Area}(R)=\int_1^7\Big[\frac{7-x}{6}+\sqrt{\frac{x+1}{2}}-2\Big]dx=\int_1^7\Big[\frac{-5}{6}-\frac{x}{6}+\frac{1}{\sqrt{2}}(x+1)^{1/2}\Big]dx=$

$\Big[-\frac{5}{6}x-\frac{x^2}{12}+\frac{2}{3\sqrt{2}}(x+1)^{3/2}\Big]_1^7=\frac{1}{3}$

Por otro lado, si integramos con respecto a y :

$\text{Area}(R)=\int_0^1\Big[7-6y-(2(y-2)^2-1)\Big]dx=\int_0^1\Big[-2y^2+2y\Big]dx=$

$(-\frac{2}{3}y^3+y^2)\Big|_0^1=\,-\frac{2}{3}+1=\frac{1}{3}\square$