

PAUTA TEST N° 2 CÁLCULO II
INGENIERÍA AMBIENTAL

NOMBRE : _____

TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS

FECHA : Mi 25/09/24

1) Resuelva : $\int_{-\infty}^1 x e^{2x} dx$

(30 puntos)

Solución:

Resolvamos en primer lugar la integral indefinida $\int x e^{2x} dx$

$$p' = e^{2x} \Rightarrow p = \frac{1}{2} e^{2x}$$

$$q = x \Rightarrow q' = 1$$

$$\int x e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} e^{2x} = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x}$$

$$\text{Tenemos que : } \int_{-\infty}^1 x e^{2x} dx = \lim_{b \rightarrow -\infty} \int_b^1 x e^{2x} dx = \lim_{b \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} \right) \Big|_b^1 =$$
$$\lim_{b \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{2} b e^{2b} + \frac{1}{4} e^{2b} \right) = \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{2} \lim_{b \rightarrow -\infty} b e^{2b} + \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{1}{4} e^{2b}$$

$$\text{Observamos que } \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{1}{4} e^{2b} = 0$$

Por otro lado, $\lim_{b \rightarrow -\infty} b e^{2b}$ debemos resolverlo usando la regla de L'Hopital

$$\lim_{b \rightarrow -\infty} b e^{2b} = \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{b}{e^{-2b}} = \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{(b)'}{(e^{-2b})'} = \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{1}{-2e^{-2b}} = 0$$

$$\text{Finalmente, } \int_{-\infty}^1 x e^{2x} dx = \frac{1}{4} e^2 \quad \square$$

2) Resuelva la integral $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(30 puntos)

Solución:

Resolvamos en primer lugar la integral indefinida $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1}{x^{1/2}} dx = \int x^{-1/2} dx = \frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}} = 2 \sqrt{x}$$

$$\text{Luego } \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{b \rightarrow 0^+} \int_b^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{b \rightarrow 0^+} \left(2 \sqrt{x} \Big|_b^3 \right) =$$
$$\lim_{b \rightarrow 0^+} \left(2 \sqrt{3} - 2 \sqrt{b} \right) = 2 \sqrt{3} - 0 = 2 \sqrt{3}$$

$$\text{Finalmente, } \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \sqrt{3} \quad \square$$