

**PAUTA TEST N° 1 CÁLCULO II - CÁLCULO INTEGRAL  
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL - INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

**NOMBRE :** \_\_\_\_\_ **PTOS. :** \_\_\_\_\_  
**TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS** **FECHA : Mi 11/10/06**

(1) La tasa a la cual la comprensión  $C$  de los alumnos de Cálculo 2 (expresada como un porcentaje) cambia con respecto al tiempo  $t$  está dada por :

$$\frac{dC}{dt} = 30 - 10t$$

donde  $t$  es el número de horas que los alumnos han estado en clase de Cálculo 2.

a) Obtenga el nivel de comprensión, sabiendo que la comprensión después de 2 horas es del 72%

b) Calcule el nivel de comprensión después de 3 horas de Cálculo 2.

c) ¿Después de cuánto tiempo, expresado en minutos, los alumnos comprenderán el 100%?

**(30 puntos).**

**Solución:**

$$a) \frac{dC}{dt} = 30 - 10t \Rightarrow \int C'(t)dt = \int (30 - 10t) dt \Rightarrow C(t) = \int (30 - 10t) dt \Rightarrow$$

$$C(t) = 30 \int dt - 10 \int t dt \Rightarrow C(t) = 30t - 10 \frac{t^2}{2} + cte \Rightarrow C(t) = 30t - 5t^2 + cte$$

Pero después de 2 horas el nivel de comprensión es del 72%, es decir,  $C(2) = 72$

$$C(2) = 72 \Rightarrow 30(2) - 5(2)^2 + cte = 72 \Rightarrow 60 - 20 + cte = 72 \Rightarrow cte = 72 - 40 \Rightarrow$$

$$cte = 32$$

$$\therefore C(t) = 30t - 5t^2 + 32 \quad \square$$

$$b) \text{ Después de } t = 3 \text{ horas se tiene : } C(3) = 30(3) - 5(3)^2 + 32 = 90 - 45 + 32 = 77$$

Luego de 3 horas de clase, el nivel de comprensión es del 77%.  $\square$

$$c) C(t) = 100 \Rightarrow 30t - 5t^2 + 32 = 100 \Rightarrow -5t^2 + 30t - 68 = 0 \Rightarrow$$

$$5t^2 - 30t + 68 = 0$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 4(5)(68)}}{10} = \frac{30 \pm \sqrt{-460}}{10} \in \mathbb{C}$$

Lo anterior significa que nunca se logrará el 100% de comprensión.  $\square$

$$(2) \text{ Si } f(t) = \begin{cases} -|2t+3| & , t < -1 \\ e^{t+1} & , t \geq -1 \end{cases}, \text{ entonces calcule } \int_{-2}^1 f(t) dt$$

**(30 puntos).**

**Solución:**

$$\int_{-2}^1 f(t) dt = \int_{-2}^{-1} f(t) dt + \int_{-1}^1 f(t) dt = - \int_{-2}^{-1} |2t+3| dt + \int_{-1}^1 e^{t+1} dt$$

$$\text{Sean } A = \int_{-2}^{-1} |2t+3| dt \text{ y } B = \int_{-1}^1 e^{t+1} dt$$

Calculemos B :

$$B = \int_{-1}^1 e^{t+1} dt = \int_{-1}^1 e \cdot e^t dt = e \cdot \int_{-1}^1 e^t dt = e \cdot e^t \Big|_{-1}^1 = e(e - e^{-1}) = e^2 - 1$$

Calculemos A :

$$\text{Notemos que : } 2t+3=0 \Rightarrow t = -\frac{3}{2} \Rightarrow |2t+3| = \begin{cases} -(2t+3) & , \text{ si } t < -\frac{3}{2} \\ 2t+3 & , \text{ si } t \geq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Luego : } A = \int_{-2}^{-1} |2t+3| dt = \int_{-2}^{-\frac{3}{2}} -(2t+3) dt + \int_{-\frac{3}{2}}^{-1} (2t+3) dt =$$

$$- \int_{-2}^{-\frac{3}{2}} (2t+3) dt + \int_{-\frac{3}{2}}^{-1} (2t+3) dt = - (t^2 + 3t) \Big|_{-2}^{-\frac{3}{2}} + (t^2 + 3t) \Big|_{-\frac{3}{2}}^{-1} =$$

$$- \left( \frac{9}{4} - \frac{9}{2} \right) + (4 - 6) + (1 - 3) - \left( \frac{9}{4} - \frac{9}{2} \right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Finalmente :

$$\int_{-2}^1 f(t) dt = - \int_{-2}^{-1} |2t+3| dt + \int_{-1}^1 e^{t+1} dt = -\frac{1}{2} + e^2 - 1 = e^2 - \frac{3}{2} \square$$