

**PAUTA TEST N° 2 CÁLCULO AVANZADO
INGENIERÍA AMBIENTAL**

NOMBRE : _____

TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS

FECHA : Ju 28/09/23

Resuelva las siguientes integrales

a) $\int \frac{dx}{x(x+1)}$

(30 puntos)

Solución:

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} = \frac{A(x+1)+Bx}{x(x+1)} \Rightarrow A(x+1) + Bx = 1$$

$$x = 0 : A = 1$$

$$x = -1 : -B = 1 \Rightarrow B = -1$$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \Rightarrow \int \frac{dx}{x(x+1)} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{x+1} =$$

$$\ln(x) - \ln(x+1) + c \quad \square$$

b) $\int \frac{dx}{x^3+x}$

(30 puntos)

Solución:

$$\frac{1}{x^3+x} = \frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1} = \frac{A(x^2+1)+(Bx+C)x}{x(x^2+1)} \Rightarrow$$

$$1 = A(x^2+1) + (Bx+C)x$$

$$x = 0 : 1 = A \Rightarrow A = 1$$

$$x = 1 : 1 = 2A + B + C$$

$$x = -1 : 1 = 2A + B - C$$

Luego, dado que $A = 1$, se tiene

$$1 = 2 + B + C$$

$$1 = 2 + B - C$$

$$B + C = -1$$

$$B - C = -1$$

$$2B = -2 \Rightarrow B = -1$$

$$C = -1 - B = -1 + 1 = 0$$

$$\frac{1}{x^3+x} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow \int \frac{dx}{x^3+x} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{x}{x^2+1} dx = \ln(x) - J$$

Para obtener J consideremos la sustitución simple $P = x^2 + 1$

$$P = x^2 + 1 \Rightarrow dP = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dP$$

$$J = \int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dP}{P} = \frac{1}{2} \ln(P) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$$

$$\text{Finalmente, } \int \frac{dx}{x^3+x} = \ln(x) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c \quad \square$$