

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 2 CÁLCULO AVANZADO
INGENIERÍA AMBIENTAL

NOMBRE : _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Mi 07/09/22**

Calcule

a) $\int (a + 3x)^n dx$, con $n \neq -1$ y a una constante real

(30 puntos)

Solución:

Sea $J = a + 3x$

$$J = a + 3x \Rightarrow dJ = 3 dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dJ$$

$$\int (a + 3x)^n dx = \frac{1}{3} \int J^n dJ = \frac{1}{3} \frac{J^{n+1}}{n+1} + c = \frac{1}{3} \frac{(a+3x)^{n+1}}{n+1} + c, \text{ con } n \neq -1$$

Finalmente, $\int (a + 3x)^n dx = \frac{1}{3} \frac{(a+3x)^{n+1}}{n+1} + c$, con $n \neq -1$ $\square$

b) $\int \ln(t^2 + 1) dt$

(30 puntos)

Solución:

$$\int \ln(t^2 + 1) dt = \int 1 \cdot \ln(t^2 + 1) dt$$

$$p = \ln(t^2 + 1) \Rightarrow p' = \frac{1}{t^2 + 1} (t^2 + 1)' = \frac{2t}{t^2 + 1}$$

$$q' = 1 \Rightarrow q = t$$

$$\int \ln(t^2 + 1) dt = t \ln(t^2 + 1) - 2 \int \frac{t^2}{t^2 + 1} dt$$

Calculemos el cociente $\frac{t^2}{t^2 + 1}$

$$\begin{array}{r} t^2 \\ : t^2 + 1 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-) t^2 + (-) 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 1 \end{array}$$

Lo anterior significa que $\frac{t^2}{t^2 + 1} = 1 - \frac{1}{t^2 + 1}$

$$\text{Luego } \int \frac{t^2}{t^2 + 1} dt = \int dt - \int \frac{1}{t^2 + 1} dt = t - \text{Arctg}(t)$$

Finalmente,

$$\int \ln(t^2 + 1) dt = t \ln(t^2 + 1) - 2t + 2 \text{Arctg}(t) + c \quad \square$$