

**Juan Carlos Sandoval Avendaño**  
**22/06/2022**

**LISTADO DE EJERCICIOS 3 CÁLCULO AVANZADO**  
**INGENIERÍA AMBIENTAL**

1) Resuelva los PVI siguientes:

a)  $(y^2 \cos(x) - 3x^2 y - 2x) dx + (2y \sin(x) - x^3 + \ln(y)) dy = 0, y(0) = e$

b)  $y'' - 4y = x e^x + \cos(2x); y(0) = 0; y'(0) = 0$

c)  $y' + \operatorname{tg}(x) y = \cos^2(x), y(0) = -1$

2) Resuelva las edo siguientes

a)  $\operatorname{sen}(y) + (1 + x \cos(y)) y' = 0$

b)  $3y'' - y' = 5y$

c)  $y'' + y' - 2y = \operatorname{sen}(x)$

d)  $y'' + y = \cos(x)$

e)  $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^{-x}}$

f)  $y' + x y = x y^{-2}$

g)  $y' + \frac{1}{x} y = \frac{2}{3} x^4 y^4$

h)  $y' - 2x y = x^3 y^5$

i)  $a y'' - 2a y' - 3a y = x^2, \text{ con } a \neq 0 \text{ constante.}$

3) La ecuación diferencial que describe la velocidad  $v$  de una masa, que cae sujeta a una resistencia del aire proporcional a la velocidad instantánea es

$$m \frac{dv}{dt} = m g - k v$$

donde  $k > 0$  es una constante de proporcionalidad, y  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$

a) Resuelva la ecuación diferencial anterior, sujeta a la condición inicial  $v(0) = v_0$

b) Obtenga la distancia  $d$ , medida desde el punto en que se suelta la masa, si  $d(0) = 0$ .

4) La población de una ciudad minera crece a un ritmo proporcional a dicha población. En dos años la población se ha duplicado, y un año más tarde había 9.000 habitantes. Obtenga la población inicial. Considere 6 decimales en sus cálculos parciales y redondee el resultado a ningún decimal.

5) Un reactor transforma plutonio 239 en uranio 238 que es relativamente estable para uso industrial. Después de 15 años se determina que el 0.0043 por ciento de la cantidad inicial de plutonio se ha desintegrado. Si la rapidez de desintegración es proporcional a la cantidad restante, entonces calcule la vida

media en años. Considere 6 decimales en sus cálculos parciales y redondee el resultado a ningún decimal.

6) Calcule el volumen del sólido  $S$  acotado por el paraboloides elíptico  $z = 16 - x^2 - 2y^2$ , los planos  $x = 2$  y  $y = 2$ , y los tres ejes coordenados.

7) Una taza de café cuya temperatura es de  $88^\circ\text{C}$  se deja en un cuarto cuya temperatura constante es de  $18^\circ\text{C}$ . Dos minutos más tarde la temperatura del café es de  $79^\circ\text{C}$ . ¿Después de cuánto tiempo la temperatura del café será de  $56^\circ\text{C}$ ? Considere cuatro decimales en sus cálculos, y el resultado debe incluir solo un decimal redondeado.

8) Al apagar un motor su temperatura es de  $98^\circ\text{C}$  y el medio en que se encuentra se conserva a  $21^\circ\text{C}$ . Si después de 10 minutos el motor se ha enfriado a  $88^\circ\text{C}$ , encuentre:

i) la temperatura del motor como función del tiempo.

ii) El instante en el cual su temperatura es de  $35^\circ\text{C}$

9) La ecuación  $\frac{dy}{dx} = p(x)y^2 + q(x)y + r(x)$  se llama **ecuación de Ricatti**. Muestre que el cambio de variable  $y = y_1 + \frac{1}{v}$  transforma la ecuación de Ricatti en una ecuación diferencial lineal para  $v$ , con  $y_1$  una solución particular de la ecuación de Ricatti. Además resuelva la ecuación  $\frac{dy}{dx} = y^2 - \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2}$  sabiendo que  $\frac{1}{x}$  es una solución particular.

10) Se define el valor promedio de  $f(x, y)$  en una región  $R$  como :

$$f_{prom} = \frac{1}{\text{Area}(R)} \int_R \int f(x, y) dA$$

Calcule el valor promedio de  $f(x, y) = x^2y$  si  $R$  tiene vértices  $(-1, 0)$ ,  $(-1, 5)$ ,  $(1, 5)$  y  $(1, 0)$

11) Una ecuación de la forma  $ax^2y'' + bxy' + cx = h(x)$ , con  $a, b, y c$  constantes se denomina ecuación de *Cauchy-Euler* de segundo orden. Para resolver las ecuaciones de este tipo se hace uso de la sustitución  $x = e^u$  que la transforma en una ecuación con coeficientes constantes. Aplicando esta técnica resuelva:

a)  $x^2y'' + 9xy' + 17y = 0$

b)  $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 3x\frac{dy}{dx} + 5y = x^2$