

PAUTA TEST N° 7 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ CARRERA : _____
TIEMPO MÁXIMO : 20 MINUTOS FECHA : Ju 12/11/15

Obtenga $y(x)$ si $y' = \frac{xy+y^2}{x^2}$

(60 puntos).

Solución:

La ecuación diferencial es de coeficientes homogéneos , pues $xy + y^2$ es de orden 2 al igual que x^2 .

Sea $y = vx$. Luego : $\frac{dy}{dx} = \frac{dv}{dx}x + v$

$$y' = \frac{xy+y^2}{x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xy+y^2}{x^2} \Rightarrow \frac{dv}{dx}x + v = \frac{x(vx)+(vx)^2}{x^2} \Rightarrow \frac{dv}{dx}x + v = \frac{x^2v+x^2v^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx}x + v = \frac{x^2(v+v^2)}{x^2} \Rightarrow \frac{dv}{dx}x + v = v + v^2 \Rightarrow \frac{dv}{dx}x = v^2 \Rightarrow \frac{dv}{v^2} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{dv}{v^2} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{v} = \ln|x| + c \Rightarrow -\frac{1}{\frac{y}{x}} = \ln|x| + c \Rightarrow -\frac{x}{y} = \ln|x| + c \Rightarrow y(x) = -\frac{x}{\ln|x|+c}$$

Notemos que $y(x) = 0$ es también solución de la EDO.

Finalmente, la solución de la EDO $y' = \frac{xy+y^2}{x^2}$ es $y(x) = -\frac{x}{\ln|x|+c}$ $\square$