

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 6 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 20 MINUTOS **FECHA : Ju 22/10/15**

Resuelva la EDO : $y' = \frac{x^2 \ln(x)}{xy + xy^3}$

(60 puntos).

Solución:

$$y' = \frac{x^2 \ln(x)}{xy + xy^3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 \ln(x)}{xy + xy^3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 \ln(x)}{x(y + y^3)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x \ln(x)}{y + y^3}$$

$$\Rightarrow (y + y^3) dy = x \ln(x) dx \Rightarrow \int (y + y^3) dy = \int x \ln(x) dx$$

$$\Rightarrow \int y dy + \int y^3 dy = \int x \ln(x) dx \Rightarrow \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{4} y^4 = \int x \ln(x) dx$$

Para resolver la integral $\int x \ln(x) dx$ usaremos integración por partes

$$p = x \Rightarrow p' = 1$$

$$q' = \ln(x) \Rightarrow q = x \ln(x) - x \text{ (Recordamos este resultado visto en clase)}$$

$$\text{Luego, } \int x \ln(x) dx = x^2 \ln(x) - x^2 - \int (x \ln(x) - x) dx$$

$$\Rightarrow \int x \ln(x) dx = x^2 \ln(x) - x^2 - \int x \ln(x) dx + \int x dx$$

$$\Rightarrow 2 \int x \ln(x) dx = x^2 \ln(x) - x^2 + \frac{1}{2} x^2 \Rightarrow \int x \ln(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2$$

Reemplazando el resultado obtenido en la ecuación $\frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{4} y^4 = \int x \ln(x) dx$, se tiene que $\frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{4} y^4 = \frac{1}{2} x^2 \ln(x) - \frac{1}{4} x^2 + c$ es la solución, escrita en forma implícita, de la EDO dada originalmente. $\square$