

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 5 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 20 MINUTOS **FECHA : Lu 05/10/15**

Obtenga $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$

(60 puntos).

Solución:

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx &= \int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx + \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx \\ &= \lim_{P \rightarrow -\infty} \int_P^0 x e^{-x^2} dx + \lim_{Q \rightarrow \infty} \int_0^Q x e^{-x^2} dx\end{aligned}$$

Ahora, calculemos la integral indefinida $\int x e^{-x^2} dx$. Para ello, usemos la sustitución $T = x^2$, de donde $dT = 2x dx$ y $x dx = \frac{1}{2} dT$

$$\int x e^{-x^2} dx = \int e^{-x^2} x dx = \frac{1}{2} \int e^{-T} dT = -\frac{1}{2} e^{-T} = -\frac{1}{2} e^{-x^2}$$

Luego

$$\int_P^0 x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2} \Big|_P^0 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-P^2}$$

$$\int_0^Q x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2} \Big|_0^Q = -\frac{1}{2} e^{-Q^2} + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{P \rightarrow -\infty} \int_P^0 x e^{-x^2} dx = \lim_{P \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-P^2} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} \int_0^Q x e^{-x^2} dx = \lim_{Q \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2} e^{-Q^2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

Finalmente,

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx = \lim_{P \rightarrow -\infty} \int_P^0 x e^{-x^2} dx + \lim_{Q \rightarrow \infty} \int_0^Q x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \quad \square$$