

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 4 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ CARRERA. : _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS FECHA : Ma 30/10/18

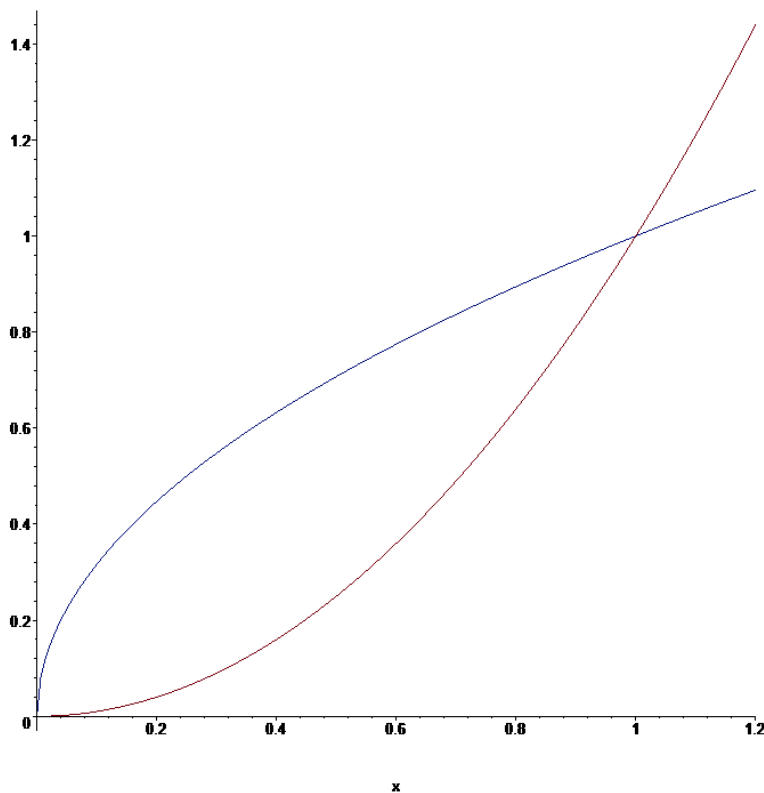
- 1) Calcule el área acotada por las curvas $y = x^2$ y $y = \sqrt{x}$ (30 puntos).

Solución:

Obtengamos los puntos de intersección entre las curvas

$$x^2 = \sqrt{x} \Rightarrow x^4 = x \Rightarrow x^4 - x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Gráficamente:



Luego, el área acotada por las curvas está dada por:

$$\begin{aligned}\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx &= \int_0^1 \sqrt{x} dx - \int_0^1 x^2 dx = \int_0^1 x^{1/2} dx - \int_0^1 x^2 dx \\ &= \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^1 - \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \square\end{aligned}$$

b) Obtenga el área limitada por las curvas $y = e^x$, $y = \frac{e^{2x}}{2}$, $x = 0$ y $x = 1$
(30 puntos).

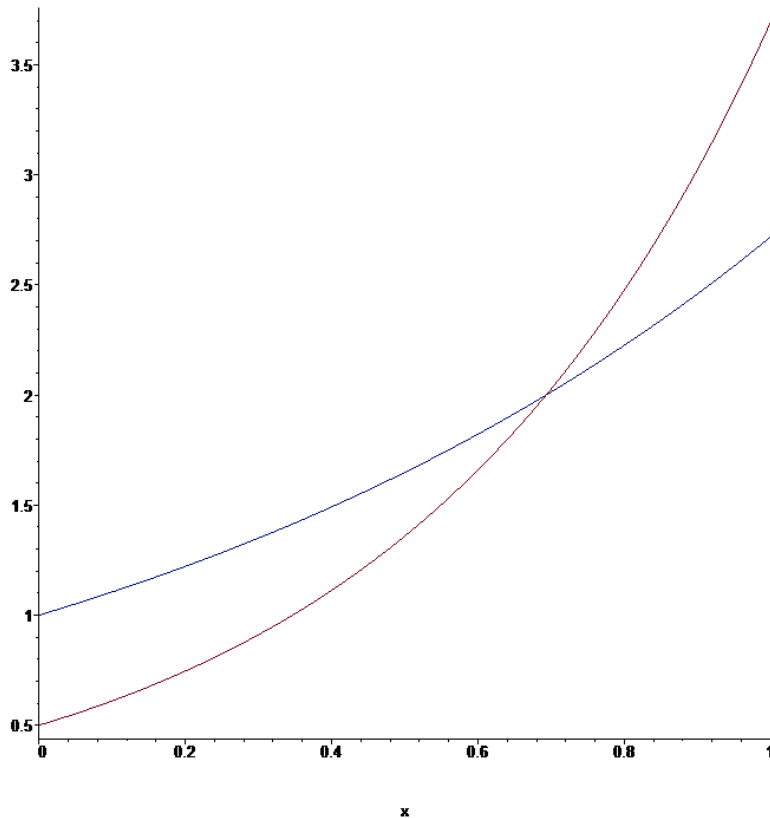
Solución:

Obtengamos en primer lugar los puntos de intersección entre las curvas:

$$e^x = \frac{1}{2} e^{2x} \Rightarrow e^x - \frac{1}{2} e^{2x} = 0 \Rightarrow 2e^x - e^{2x} = 0 \Rightarrow e^x(2 - e^x) = 0 \Rightarrow e^x = 2$$

$$\Rightarrow x = \ln(2) \approx 0.69$$

Gráficamente se tiene:



De la gráfica notamos que el área solicitada es:

$$\begin{aligned}
 A &= A_1 + A_2 = \int_0^{\ln(2)} \left(e^x - \frac{1}{2}e^{2x} \right) dx + \int_{\ln(2)}^1 \left(\frac{1}{2}e^{2x} - e^x \right) dx \\
 &= \int_0^{\ln(2)} e^x dx - \int_0^{\ln(2)} \frac{1}{2}e^{2x} dx + \int_{\ln(2)}^1 \frac{1}{2}e^{2x} dx - \int_{\ln(2)}^1 e^x dx \\
 &= e^x \Big|_0^{\ln(2)} - \frac{1}{4}e^{2x} \Big|_0^{\ln(2)} + \frac{1}{4}e^{2x} \Big|_{\ln(2)}^1 - e^x \Big|_{\ln(2)}^1 \\
 &= 2 - 1 - \frac{1}{4}4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}4 - e + 2 = 2 - 1 - 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}e^2 - 1 - e + 2 \\
 &= \frac{5}{4} + \frac{1}{4}e^2 - e \quad \square
 \end{aligned}$$