

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS

Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 2 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **CARRERA. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS **FECHA : Ju 27/09/18**

Resuelva las integrales:

a) $\int_2^3 \frac{3b^2-1}{(b^3-b)^2} db$

(30 puntos).

Solución:

Sea $P = b^3 - b$. Luego $dP = (3b^2 - 1) db$

$$\int \frac{3b^2-1}{(b^3-b)^2} db = \int \frac{1}{P^2} dP = \int P^{-2} dP = -P^{-1} = -\frac{1}{b^3-b}$$

$$\text{Así, } \int_2^3 \frac{3b^2-1}{(b^3-b)^2} db = -\frac{1}{b^3-b} \Big|_2^3 = -\frac{1}{27-3} + \frac{1}{8-2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \quad \square$$

b) $\int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx$, con $a > 0$ constante

(30 puntos).

Solución:

Sea $t = a^2 - x^2$. Luego $dt = -2x dx$, es decir, $x dx = -\frac{1}{2} dt$

$$\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx = \int \sqrt{a^2 - x^2} x dx = -\frac{1}{2} \int \sqrt{t} dt = -\frac{1}{2} \int t^{1/2} dt$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{t^{3/2}}{3/2} = -\frac{1}{2} \frac{2}{3} t^{3/2} = -\frac{1}{3} t^{3/2} = -\frac{1}{3} (a^2 - x^2)^{3/2}$$

$$\text{Así, } \int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{1}{3} (a^2 - x^2)^{3/2} \Big|_0^a = 0 + \frac{1}{3} (a^2)^{3/2} = \frac{1}{3} a^3 \quad \square$$