

PAUTA TEST N° 2 CÁLCULO INTEGRAL + EDO
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA EN ALIMENTOS

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____

TIEMPO MÁXIMO : 30 MINUTOS

FECHA : Lu 24/03/14

Calcule:

a) $\int_{-1}^1 x^3 e^x dx$

(30 puntos).

Solución:

Resolvamos la integral indefinida $I = \int x^3 e^x dx$ usando integración por partes.

$$p' = e^x \Rightarrow p = e^x$$

$$q = x^3 \Rightarrow q' = 3x^2$$

$$I = x^3 e^x - 3 \int x^2 e^x dx$$

Usemos nuevamente integración por partes para calcular $\int x^2 e^x dx$

$$p' = e^x \Rightarrow p = e^x$$

$$q = x^2 \Rightarrow q' = 2x$$

$$I = x^3 e^x - 3 \left[x^2 e^x - 2 \int x e^x dx \right]$$

Aplicando integración por partes para resolver $\int x e^x dx$ se tiene que

$$p' = e^x \Rightarrow p = e^x$$

$$q = x \Rightarrow q' = 1$$

$$I = x^3 e^x - 3 \left[x^2 e^x - 2 \left(x e^x - \int e^x dx \right) \right] =$$

$$x^3 e^x - 3 x^2 e^x + 6 \left(x e^x - \int e^x dx \right) = x^3 e^x - 3 x^2 e^x + 6 x e^x - 6 e^x =$$

$$(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) e^x$$

Luego

$$\int_{-1}^1 x^3 e^x dx = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) e^x \Big|_{-1}^1 =$$

$$(1 - 3 + 6 - 6)e - (-1 - 3 - 6 - 6)e^{-1} = -2e + 16e^{-1}$$

Finalmente

$$\int_{-1}^1 x^3 e^x dx = 16e^{-1} - 2e \quad \square$$

$$b) \int x^2 \sqrt{1 - x^3} dx$$

(30 puntos).

Solución:

Para resolver la integral $\int x^2 \sqrt{1 - x^3} dx$ usemos la sustitución simple $M = 1 - x^3$

$$M = 1 - x^3 \Rightarrow dM = -3x^2 dx \Leftrightarrow x^2 dx = -\frac{1}{3} dM$$

Luego

$$\int x^2 \sqrt{1 - x^3} dx = \int \sqrt{1 - x^3} x^2 dx = -\frac{1}{3} \int M^{1/2} dM = -\frac{1}{3} \frac{2}{3} M^{3/2} =$$

$$-\frac{2}{9} M^{3/2} = -\frac{2}{9} (1 - x^3)^{3/2} + c$$

Finalmente

$$\int x^2 \sqrt{1 - x^3} dx = -\frac{2}{9} (1 - x^3)^{3/2} + c$$

con c una constante real cualquiera. $\square$