

**TAREA 5 PUNTOS TEST 3 CÁLCULO I
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA
AMBIENTAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA**

Obtenga las intersecciones entre $y + 1 = x$ y la circunferencia que pasa por los puntos $(1, -1)$, $(2, 3)$ y $(1, -2)$

Solución:

Determinemos en primer lugar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos dados

Tenemos que una circunferencia se puede escribir

$$x^2 + y^2 + Bx + Cy + D = 0$$

Luego, de acuerdo al enunciado se tiene que los puntos dados están en la circunferencia por lo que satisfacen la ecuación anterior, es decir,

$$\text{Para } (1, -1) : 1^2 + (-1)^2 + B - C + D = 0 \Rightarrow B - C + D = -2$$

$$\text{Para } (2, 3) : 2^2 + 3^2 + 2B + 3C + D = 0 \Rightarrow 2B + 3C + D = -13$$

$$\text{Para } (1, -2) : 1^2 + (-2)^2 + B - 2C + D = 0 \Rightarrow B - 2C + D = -5$$

El sistema de ecuaciones a resolver es:

$$B - C + D = -2 \quad (1)$$

$$2B + 3C + D = -13 \quad (2)$$

$$B - 2C + D = -5 \quad (3)$$

Ahora a la ecuación (1) restémosle la (3), es decir,

$$B - B - C + 2C + D - D = -2 + 5 \Rightarrow C = 3$$

De (2) y (3):

$$2B + D = -13 - 3(3) = -13 - 9 = -22$$

$$B + D = -5 + 2(3) = -5 + 6 = 1$$

$$2B + D = -22 \quad (4)$$

$$B + D = 1 \quad (5)$$

De (4) – (5), se tiene:

$$B = -23$$

$$\text{De (5): } D = 1 - B \Rightarrow D = 1 - (-23) = 1 + 23 \Rightarrow D = 24$$

Tenemos que la circunferencia tiene ecuación

$$x^2 + y^2 - 23x + 3y + 24 = 0 \quad (6)$$

(Observación: La ecuación anterior la podemos escribir en forma canónica de la siguiente manera: $(x - \frac{23}{2})^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{221}{2}$)

Para obtener las intersecciones debemos reemplazar $x = y + 1$ en (6):

$$x^2 + y^2 - 23x + 3y + 24 = 0 \Rightarrow (y + 1)^2 + y^2 - 23(y + 1) + 3y + 24 = 0 \Rightarrow$$

$$y^2 + 2y + 1 + y^2 - 23y - 23 + 3y + 24 = 0 \Rightarrow 2y^2 - 18y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 9y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{9 \pm \sqrt{81-4}}{2} \Rightarrow y = \frac{9 \pm \sqrt{77}}{2} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{9 + \sqrt{77}}{2} \\ y_2 = \frac{9 - \sqrt{77}}{2} \end{cases}$$

Reemplazando estos valores en $x = y + 1$, se tiene que:

$$x_1 = y_1 + 1 = \frac{9 + \sqrt{77}}{2} + 1 = \frac{11 + \sqrt{77}}{2}$$

$$x_2 = y_2 + 1 = \frac{9 - \sqrt{77}}{2} + 1 = \frac{11 - \sqrt{77}}{2}$$

Finalmente, los puntos de intersección son:

$$P_1 = (x_1, y_1) = \left(\frac{11 + \sqrt{77}}{2}, \frac{9 + \sqrt{77}}{2} \right)$$

$$P_2 = (x_2, y_2) = \left(\frac{11 - \sqrt{77}}{2}, \frac{9 - \sqrt{77}}{2} \right) \quad \square$$