UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

TEST Nº 4 CÁLCULO I

INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL – INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ PTOS. :________
TIEMPO MÁXIMO : 20 MINUTOS FECHA : Ma 28/10/08

Calcule los extremos absolutos para $J(P)=\frac{P^2-P}{P+1}$ en el intervalo $[\,0,1\,]$

(60 puntos).

Solución:

Observamos que J es una función continua en $[\,0,1\,]$, porque J es una función racional y el único valor de indeterminación es $P=-1$ que no está en el intervalo $[\,0,1\,]$.

Calculemos la primera derivada de J e igualémosla a cero para obtener valores críticos.

$$J\,'(P)=\frac{(P^2-P)'\,(P+1)-(P^2-P)\,(P+1)'}{(P+1)^2}=\frac{(2P-1)\,(P+1)-(P^2-P)}{(P+1)^2}=$$

$$\frac{2P^2+P-1-P^2+P}{(P+1)^2}=\frac{P^2+2\,P-1}{(P+1)^2}$$

$$J\,'(P)=0\Rightarrow\frac{P^2+2\,P-1}{(P+1)^2}=0\Rightarrow^{(P+1)^2>0}\;P^2+2P-1=0\Rightarrow$$

$$P=\frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}\Rightarrow P=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}\Rightarrow\begin{cases}P_1=-1+\sqrt{2}\approx 0.41\in[\,0,1\,]\\ P_2=-1-\sqrt{2}\approx-2.41\notin[\,0,1\,]\end{cases}$$

De los dos valores críticos calculados nos quedamos solamente con $P_1=-1+\sqrt{2}$ porque pertenece al dominio considerado.
Los otros valores críticos serán los extremos del intervalo, es decir, $P_3=0$ y $P_4=1$.
Falta evaluar la función J en P_1, P_3 y P_4 para determinar cuál de ellos es el mayor de todos y cuál de ellos es el menor de todos.

$$J(P_1)=J(-1+\sqrt{2}\,)=\frac{(-1+\sqrt{2}\,)^2-(-1+\sqrt{2}\,)}{(-1+\sqrt{2}\,)+1}\approx-0.17$$

$$J(P_3)=J(0)=\frac{0^2-0}{0+1}=0$$

$$J(P_4)=J(1)=\frac{1^2-1}{1+1}=0$$

Finalmente, los puntos de máximo absoluto son : $(0,0)$ y $(1,0)$
el punto de mínimo absoluto es aproximadamente : $(-1+\sqrt{2}\,,\;-0.17)$ ❏