

PAUTA TAREA 2 PRÁCTICO CÁLCULO I
INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS

FECHA : Mi 12/10/05

Responda Verdadero (V) o Falso (F), justificando todas sus respuestas.

(15 puntos cada una).

a) F Para $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{5} = 1$ la longitud del eje mayor es 10.

Justificación:

La ecuación dada corresponde a una elipse para la cual $a^2 = 5$, es decir, $a = \sqrt{5}$, y la longitud del eje mayor es $2a = 2\sqrt{5} \approx 4.47 \neq 10$ ★

b) F El valor de k de modo que la distancia de $(-1, 3)$ a la recta $2x - 4y = k$ sea igual a 5 es 10.

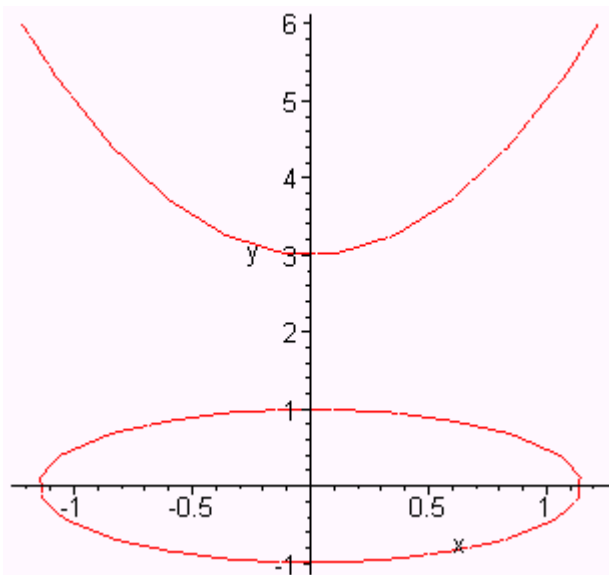
Justificación:

Si $k = 10$, entonces la recta es $2x - 4y - 10 = 0$ y la distancia del punto $(-1, 3)$ a la recta es :

$$d = \frac{|2(-1) - 4(3) - 10|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{|-2 - 12 - 10|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{|-24|}{\sqrt{20}} = \frac{24}{\sqrt{20}} \approx 5.37 \neq 5$$
★

c) V Las curvas $y - 2x^2 = 3$ y $3x^2 + 4y^2 = 4$ no se intersectan.

Justificación:



De $y - 2x^2 = 3$, tenemos $x^2 = \frac{y-3}{2}$ Reemplazando en $3x^2 + 4y^2 = 4$, se tiene

$$3\left(\frac{y-3}{2}\right) + 4y^2 = 4 \Rightarrow \frac{3}{2}y - \frac{9}{2} + 4y^2 = 4 \Rightarrow 4y^2 + \frac{3}{2}y - \frac{9}{2} - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$4y^2 + \frac{3}{2}y - \frac{17}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{-\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4(4)\left(\frac{17}{2}\right)}}{8} \Rightarrow y = \frac{-\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{553}}{2}}{8} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{553}}{2}}{8} \approx 1.28 \\ y_2 = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{553}}{2}}{8} \approx -1.66 \end{cases}$$

Reemplazando $y_1 = 1.28$ en $x^2 = \frac{y-3}{2}$ se tiene que

$$x^2 = \frac{y-3}{2} = \frac{1.28-3}{2} = -0.86$$

La ecuación anterior no tiene soluciones reales porque x^2 es un número no negativo, y no puede ser igual a un número negativo.

Reemplazando $y_2 = -1.66$ en $x^2 = \frac{y-3}{2}$ se tiene que

$$x^2 = \frac{y-3}{2} = \frac{-1.66-3}{2} = -2.33$$

Nuevamente no existen soluciones reales, por la misma razón anterior.

Por lo tanto, no existen puntos de intersección entre las curvas dadas. ★

d) V Las curvas $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ y $y = x + c$ se intersectan si $c \in [0, \sqrt{5}]$

Justificación:

Tenemos :

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \quad (1)$$

$$y = x + c \quad (2)$$

Reemplazando $y = x + c$ en la ecuación (1) :

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \Rightarrow y=x+c \quad \frac{x^2}{4} + (x+c)^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + x^2 + 2cx + c^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{5x^2}{4} + 2cx + (c^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = \frac{-2c \pm \sqrt{(2c)^2 - 5(c^2 - 1)}}{\frac{5}{2}} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-2c \pm \sqrt{4c^2 - 5c^2 + 5}}{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = \frac{-2c \pm \sqrt{5 - c^2}}{\frac{5}{2}}$$

Ahora para que x sea un número real, es decir, existan intersecciones, se debe tener que :

$$5 - c^2 \geq 0 \Rightarrow c^2 \leq 5 \Rightarrow |c| \leq \sqrt{5} \Rightarrow -\sqrt{5} \leq c \leq \sqrt{5}$$

Los valores posibles de c son aquellos que están en el intervalo $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ y en particular los que están en el intervalo $[0, \sqrt{5}]$ ★