

TAREA 1 CÁLCULO I
INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL
Vi 07 de Octubre de 2005

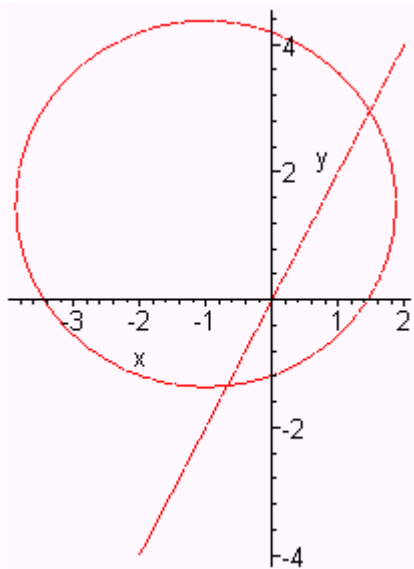
ENTREGA : Vi 07/10/05 hasta 12:00 hrs. oficina del Profesor.

Responda Verdadero (V) o Falso (F), **justificando TODAS sus respuestas.**

a) V La recta $y = 2x$ intersecta a la curva $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 5$

Justificación:

Gráficamente tenemos:



Analíticamente se tiene el sistema :

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ x^2 + y^2 + 2x - 3y &= 5 \end{aligned}$$

De donde, reemplazando $y = 2x$ en la ecuación $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 5$ obtenemos :

$$x^2 + y^2 + 2x - 3y = 5 \Rightarrow x^2 + (2x)^2 + 2x - 3(2x) = 5 \Rightarrow$$

$$x^2 + 4x^2 + 2x - 6x = 5 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+100}}{10} \Rightarrow$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+100}}{10} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4+\sqrt{116}}{10} \approx 1.48 \\ x_2 = \frac{4-\sqrt{116}}{10} \approx -0.68 \end{cases}$$

$$y_1 = 2x_1 = \frac{4+\sqrt{116}}{5} \approx 2.96$$

$$y_2 = 2x_2 = \frac{4-\sqrt{116}}{5} \approx -1.36$$

Por lo tanto, los puntos de intersección son

$$P_1 = (x_1, y_1) = \left(\frac{4+\sqrt{116}}{10}, \frac{4+\sqrt{116}}{5} \right)$$

$$P_2 = (x_2, y_2) = \left(\frac{4-\sqrt{116}}{10}, \frac{4-\sqrt{116}}{5} \right) \star$$

b) F $3x^2 + 3y^2 + 3x - 5y = 5$ es una circunferencia de radio $\sqrt{3}$

Justificación:

$$3x^2 + 3y^2 + 3x - 5y = 5 \Rightarrow (3x^2 + 3x) + (3y^2 - 5y) = 5 \Rightarrow$$

$$3(x^2 + x) + 3(y^2 - \frac{5}{3}y) = 5 \Rightarrow$$

$$3(x^2 + x + (\frac{1}{2})^2) + 3(y^2 - \frac{5}{3}y + (-\frac{5}{6})^2) = 5 + 3(\frac{1}{2})^2 + 3(-\frac{5}{6})^2 \Rightarrow$$

$$3(x^2 + x + \frac{1}{4}) + 3(y^2 - \frac{5}{3}y + \frac{25}{36}) = 5 + \frac{3}{4} + \frac{25}{12} \Rightarrow$$

$$3(x + \frac{1}{2})^2 + 3(y - \frac{5}{6})^2 = 5 + \frac{3}{4} + \frac{25}{12} \Rightarrow 3(x + \frac{1}{2})^2 + 3(y - \frac{5}{6})^2 = \frac{47}{6} \Rightarrow$$

$$3\left[(x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{5}{6})^2\right] = \frac{47}{6} \Rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{5}{6})^2 = \frac{47}{18} \Rightarrow r^2 = \frac{47}{18} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{47}{18}} \approx 1.62 \neq \sqrt{3} \approx 1.73 \star$$

c) F $|t - 1| < e$ siempre que $t > (1 - e)$

Justificación:

Contraejemplo : $t = 5 > (1 - e) \approx -1.72$, pero $|t - 1| = |5 - 1| = |4| = 4$ no es menor que $e \approx 2.72$

Obs. : La solución de la inecuación es $S = (1 - e, 1 + e) \star$

d) F Si $x \leq 6$, entonces $\frac{x^2-1}{x+1} \geq 2$

Justificación:

Contraejemplo. $x = 0 \leq 6$ $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{0^2-1}{0+1} = -1$ no es mayor o igual que 2.

Obs. : La solución de la inecuación es $S = [3, +\infty) \star$

(15 puntos cada ítem)