

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
 FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
 DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
 Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA TEST N° 4 CÁLCULO I
INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

NOMBRE : _____ **PTOS. :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 40 MINUTOS **FECHA : Ju 17/11/05**

(1) Determine puntos de máximo y mínimo, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento y decrecimiento para $f(x) = x^3 - 3x$

(30 puntos)

Solución:

Obtengamos puntos críticos, que serán candidatos a puntos de máximo o mínimo relativo.

$$f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

Construyamos la tabla con los puntos críticos para determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento, además de puntos de máximo o mínimo.

	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x) = 3x^2 - 3$	+	0	-	0	+
f	creciente	máximo	decreciente	mínimo	creciente

Los intervalos de crecimiento son : $(-\infty, -1)$ y $(1, +\infty)$

El intervalo de decrecimiento es : $(-1, 1)$

El punto de máximo es $x = -1$, y el de mínimo es $x = 1$.

Para calcular puntos de inflexión necesitamos igualar a cero la segunda derivada de la función original.

$$f''(x) = (f'(x))' = (3x^2 - 3)' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Construyamos la tabla con el valor anterior para ver si hay cambio de concavidad en el punto.

	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f''(x) = 6x$	-	0	+
	cónc. hacia abajo	punto de inflexión	cónc. hacia arriba

De la tabla observamos que $x = 0$ es punto de inflexión, porque se produce cambio de concavidad en tal punto. \square

(2) Un rectángulo tiene un perímetro de $120 m$. ¿Qué largo y ancho da el área máxima?. Calcule el área máxima.

(30 puntos)

Solución:

Si a y b representan los lados del rectángulo, entonces el perímetro P está dado por

$$P = 2a + 2b = 120 m. \quad (1)$$

y el área A :

$$A = ab \quad (2)$$

$$\text{De (1) : } b = \frac{120-2a}{2} = 60 - a$$

Reemplazando el b anterior en (2) :

$$A = a(60 - a) \Rightarrow A(a) = 60a - a^2$$

Derivamos la función área e igualamos a cero para obtener puntos candidatos a puntos de máximo. Recordemos que nuestro interés es maximizar el área.

$$A'(a) = 60 - 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{60}{2} \Rightarrow a = 30$$

Calculemos la segunda derivada para ver si el punto recién obtenido es de máximo o mínimo.

$$A''(a) = -2 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa en el punto (en realidad es negativa para todos los reales), entonces $a = 30$ es un punto de máximo.

Calculemos ahora el área máxima.

$$A(a) = 60a - a^2 \Rightarrow A(30) = 60(30) - (30)^2 = 1800 - 900 = 900$$

Finalmente, el rectángulo tiene lados $a = 30 m$. y $b = 60 - a = 30 m$., y el área máxima es $A_{max} = 900 m^2$. \square