

PAUTA TEST N° 4 CÁLCULO I
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL — INGENIERÍA
AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE : _____ **CARRERA :** _____
TIEMPO MÁXIMO : 15 MINUTOS **FECHA : Vi 20/04/18**

Calcule $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}{x - \pi}$

(60 puntos)

Solución:

Para resolver este ejercicio podemos hacer $u = \sqrt[3]{x}$ y $v = \sqrt[3]{\pi}$
De lo anterior vemos que

$$u^3 = x \quad \text{y} \quad v^3 = \pi$$

Por otro lado, recordemos que

$$u^3 - v^3 = (u - v)(u^2 + uv + v^2)$$

de donde

$$u - v = \frac{u^3 - v^3}{u^2 + uv + v^2} \quad (1)$$

Ahora dado que $u = \sqrt[3]{x}$ y $v = \sqrt[3]{\pi}$, y además $u^3 = x$ y $v^3 = \pi$ se tiene que si reemplazamos estas expresiones en (1) obtenemos :

$$u - v = \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi} = \frac{u^3 - v^3}{u^2 + uv + v^2} = \frac{x - \pi}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\pi} + (\sqrt[3]{\pi})^2}$$

Es decir

$$\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi} = \frac{x - \pi}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\pi} + (\sqrt[3]{\pi})^2} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en el cuociente $\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}{x - \pi}$ obtenemos:

$$\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}{x - \pi} = \frac{(x - \pi)}{(x - \pi) \left[(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\pi} + (\sqrt[3]{\pi})^2 \right]} = \frac{1}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\pi} + (\sqrt[3]{\pi})^2}$$

Notemos que en la etapa anterior se pudo simplificar el factor $(x - \pi)$ porque en el límite x tiende a π , pero no es igual a π

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}{x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\pi} + (\sqrt[3]{\pi})^2} =$$

$$\frac{1}{(\sqrt[3]{\pi})^2 + (\sqrt[3]{\pi})^2 + (\sqrt[3]{\pi})^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{\pi})^2}$$

Finalmente, podemos decir que:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\pi}}{x - \pi} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{\pi})^2} \quad \square$$