

## PRÁCTICO MAPLE CÁLCULO 1 INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA - INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL

### 0 INTRODUCCIÓN.

Maple es un programa de cálculo simbólico que permite, entre otras cosas, calcular derivadas, límites, integrales de funciones de una o varias variables; graficar funciones en el plano o en el espacio, etc.

Maple es un programa interactivo que espera instrucciones (El símbolo `>` nos indica que Maple está esperando una orden nuestra) y responde inmediatamente a tales órdenes. A continuación aparece un conjunto de instrucciones que deben ingresar en Maple después del símbolo `[ > .`

Por ejemplo, si quisiéramos graficar la función  $f(x) = x^2$  con  $x \in [-1, 1]$  entonces el comando en Maple (el símbolo `↵` representa la tecla INTRO) es :

```
[ > plot(x^2,x = -1..1); ↵
```

Una pregunta que surge inmediatamente es ¿cómo se sabe que plot es el comando a usar para graficar funciones en el plano?. La respuesta es usando la ayuda que nos proporciona Maple, para ello basta con elegir la opción **Help** del menú de Maple, o si ya conocemos el nombre del comando, por ejemplo plot, y no recordamos su sintaxis, entonces podemos escribir :

```
[ > ?plot ↵
```

pudiendo observar los ejemplos incluidos.

A continuación aparecen algunos ejemplos a seguir en Maple; trabaje cada capítulo en una planilla separada e incluya al inicio el comando *restart* para limpiar la memoria de "basura" (las planillas en Maple tienen extensión **.MWS**).

### 1 ELEMENTOS BÁSICOS.

| Objetivo                              | Instrucción en Maple                   |
|---------------------------------------|----------------------------------------|
| Calcular $1 + \sqrt{3}$               | [ > <code>1 + 3^(1/2);</code> ↵        |
| Calcular $1 + \sqrt{3}$ con decimales | [ > <code>evalf(1 + 3^(1/2));</code> ↵ |
| Calcular $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}$  | [ > <code>1/5 + 3/4;</code> ↵          |
| Calcular $\text{sen}(\frac{\pi}{2})$  | [ > <code>sin(Pi/2);</code> ↵          |

**Ejercicio :** Calcular  $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} + \cos(x^3) - \sqrt[3]{x} + \ln(\frac{x}{\pi})$  para  $x = 0, 1, 2$  ✓

## 2 INECUACIONES.

Resolveremos las inecuaciones que se indican

| Objetivo                          | Instrucción en Maple                                         |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| $\frac{3x^2-2x+2}{x^2-1} \leq -1$ | [ > <b>solve</b> ((3*x^2 - 2*x + 2)/(x^2 - 1) <= - 1); ↵     |
| $ x + 1  \leq 3 + \pi$            | [ > <b>solve</b> (abs(x + 1) <= (3 + Pi)); ↵                 |
| $ t - 1  < e$                     | [ > <b>solve</b> (abs(t - 1) < exp(1)); ↵                    |
| $\sqrt{x - 1} > 3$ , si $x > 1$   | [ > <b>assume</b> (x > 1); <b>solve</b> (sqrt(x - 1) > 3); ↵ |

**Ejercicio :** Resuelva la inecuación  $|x + e| \geq \sqrt{x - 3\pi}$  .✓

## 3 LÍMITES Y CONTINUIDAD.

Para calcular límites debemos usar el comando *limit*. Maple distingue entre mayúsculas y minúsculas por lo que la orden anterior debe ser escrita con minúsculas.

Tarea : Solicite ayuda acerca de la orden *limit*.

| Objetivo                                                  | Instrucción en Maple                                     |
|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt[3]{t}-1}$ | [ > <b>limit</b> ((t^(1/2) - 1)/(t^(1/3) - 1), t = 1); ↵ |
| $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x^m-1}$              | [ > <b>limit</b> ((x^n - 1)/(x^m - 1), x = 1); ↵         |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2-1}$          | [ > <b>limit</b> (3*x^2/(x^2 - 1), x = infinity); ↵      |
| $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$                       | [ > <b>limit</b> (sqrt(x), x = 0, right); ↵              |

**Ejercicio :** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$  ✓

Ahora, consideraremos como ejemplo de continuidad el estudio de la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & , x < -2 \\ \frac{2x+3}{x-5} & , -2 \leq x < 2 \\ x^2 - 4 & , x \geq 2 \end{cases}$$

Para definir la función  $f(x)$  escriba lo siguiente en Maple :

[ > **restart**; ↵

[ > **f:=x->piecewise(x<-2,x^2-3\*x+1,x>=-2 and x<2, (2\*x+3)/(x-5),x>=2,x^2-4);** ↵

Calculemos  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  :

[ > limit('f(x)',x=-2,left); ↵

[ > limit('f(x)',x=-2,right); ↵

Si los valores obtenidos son distintos, entonces la función es discontinua en  $x = -2$ .

Tarea : Calcule los límites laterales en  $x = 2$ .

Finalmente, podemos graficar la función, indicándole a Maple que es una función discontinua.

[ > plot('f(x)',x=-6..6,discont=true); ↵

**Ejercicio :** Analice la continuidad, en  $x = 0$ , de  $f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x = 0 \\ \frac{3}{2+2^{1/x}} & , \text{ en otro caso.} \end{cases}$  ✓

#### 4 DERIVADAS.

Para calcular derivadas se usa el comando *diff*, y para calcular derivadas en forma implícita se usa *implicitdiff*.

| Objetivo                                                        | Instrucción en Maple                             |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Calcular $(\sin(x))'$                                           | [ > diff(sin(x),x); ↵                            |
| Calcular $(2^x \log_3(x))'$                                     | [ > diff(2^x*log[3](x),x); ↵                     |
| Calcular $(e^{-ax})''$                                          | [ > diff(exp(-a*x),x\$2); ↵                      |
| Calcular $\frac{d^2y}{dx^2}$ para $xy = 1$ , en forma implícita | [ > f:=x*y=1; implicitdiff(f,y,x\$2); ↵          |
| Calcular $s'(2)$ para $s(x) = \ln(ax) e^{-x^2}$                 | [ > s:=ln(a*x)*exp(-x^2); eval(diff(s,x),x=2); ↵ |

#### Ejercicios :

- Calcule  $\frac{dy}{dx}$  para  $y = 2^{1/x} - x^x e^{e^x} + \ln(x \cos(1-x)) - \text{Arccos}(\sqrt{x})$
- Calcule  $\frac{dA}{dt}$  para  $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$
- Si  $P(t) = \frac{a}{1+be^{-kt}}$ , entonces calcule  $P'(10)$  y  $P''(t)$
- Calcule  $\frac{dy}{dx}$  y  $\frac{dx}{dy}$  para  $x^3y^2 - 3xy = x^2 \cos(xy)$ . ✓

#### 5 TEMAS ADICIONALES.

A continuación se presentan algunos ejemplos que consideran temas adicionales.

**Ejemplo 5.1** Obtenga la serie de Maclaurin de orden 5 de  $f(x) = x e^{-x}$

Solución:

Recordemos que la serie de Maclaurin es un caso particular de la serie de Taylor para  $x = 0$ . Luego :

```
[ > taylor(x*exp(-x),x=0,6); ↵
```

**Ejemplo 5.2**

a) Calcule  $\int \frac{x^3-3x+1}{x^2+3} dx$

b) Compruebe que el resultado obtenido en la parte a) es el correcto.

Solución:

```
a) [ > r1:=int((x^3-3*x+1)/(x^2+3),x); ↵
```

b)

```
[ > r2:=diff(r1,x); ↵
```

```
[ > simplify(r2); ↵
```

La orden *int* permite calcular integrales y la orden *simplify* simplificar las expresiones.

**Ejemplo 5.3**

a) Obtenga la(s) recta(s) tangente a la curva  $x^3y + xy^2 = x + y$  en  $x = 1$ .

b) Grafique.

Solución:

a)

```
[ > ec1:=x^3*y+x*y^2=x+y; ↵
```

```
[ > ec2:=eval(ec1,x=1); ↵
```

```
[ > yi:=solve(ec2,y); ↵
```

```
[ > m1:=eval(eval(implicitdiff(ec1,y,x),x=1),y=yi[1]); ↵
```

```
[ > recta1:=y-yi[1]=m1*(x-1); ↵
```

```
[ > m2:=eval(eval(implicitdiff(ec1,y,x),x=1),y=yi[2]); ↵
```

```
[ > recta2:=y-yi[2]=m2*(x-1); ↵
```

El comando *eval* permite evaluar una expresión en un punto determinado.

b)

```
[ > with(plots): ↵
```

```
[ > implicitplot({ec1,recta1,recta2},x=-2..2,y=-3..3); ↵
```

El comando *with(plots)*; carga una librería con comandos adicionales de graficación en 2 y 3 dimensiones. La orden *implicitplot* permite graficar funciones definidas en forma implícita.

#### Ejemplo 5.4

Grafique juntas las siguientes curvas :

a)  $x^2 - y^2 + 2x = 3$

b)  $3x - 6y^2 + 3y = 2$

c)  $3x^2 + 4y^2 = 40$

Solución:

```
[ > curva1:=x^2-y^2+2*x=3; ↵
```

```
[ > curva2:=3*x-6*y^2+3*y=2; ↵
```

```
[ > curva3:=3*x^2+4*y^2=40; ↵
```

```
[ > with(plots); ↵
```

```
[ > implicitplot({curva1,curva2,curva3},x=-5..5,y=-5..5,color=blue); ↵
```

#### Ejercicios :

a) Obtenga la serie de Maclaurin de orden 10 de  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

b) Calcule  $\int \left( \frac{1}{x^2-1} + e^{-x} - \ln(x) + x^2 \cos(x) \right) dx$ , y verifique que el resultado obtenido es el correcto.

c) Grafique las curvas  $x^2 - y^2 = 4$  y  $x^2 + 2y^2 = x - y$ . ✓