UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA AGRÍCOLA
DEPTO. DE AGROINDUSTRIAS
Juan Carlos Sandoval Avendaño

PAUTA PRUEBA Nº 1 CÁLCULO 1
INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL — INGENIERÍA AMBIENTAL — INGENIERÍA CIVIL AGRÍCOLA

NOMBRE :____ CARRERA :________
TIEMPO MÁXIMO : 1 HORA 30 MINUTOS FECHA : Vi 06/04/18

(1) Calcule:
$a)$ la distancia desde la recta $x - y - 5 = 0$ al punto $(3,4)$
$b)$ la pendiente de la recta perpendicular a aquella que une el origen con el punto de intersección de $x - y + 2 = 0$ y $2x + y = 5$

(20 puntos)

Solución:
$a)$ Sean L la recta y P el punto dados. Luego

$$d(P,L) = \frac{|\,1(3)-1(4)-5|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|\,3-4-5|}{\sqrt{2}} = \frac{|\,3-9|}{\sqrt{2}} = \frac{|-6|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \; \square$$

$b)$ Obtengamos, en primer lugar, el punto de intersección entre las rectas dadas.

$$x - y = -2$$
$$2x + y = 5$$

Sumando ambas ecuaciones:

$$3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

De $2x + y = 5$ se tiene que: $y = 5 - 2x = 5 - 2(1) = 5 - 2 = 3$

El punto de intersección es $A = (1,3)$
La pendiente de la recta que pasa por $(0,0)$ y $(1,3)$ es $m = \frac{3-0}{1-0} = 3$
Ahora, la pendiente de la recta perpendicular a la anterior es $n = -\frac{1}{3}$ $\square$

(2) Responda V (Verdadero) o F (Falso), **justificando todas sus respuestas.**

$a)$__F__ Si S representa el conjunto solución de $1-x^2<1+x$ y T representa el conjunto solución de $|x+3|\leq 1$, entonces $S\cup T=\mathbb{R}$

Justificación:

Obtengamos S:

$1-x^2<1+x \Rightarrow x^2+x>0 \Rightarrow x(x+1)>0$

Puntos críticos:

$x=0$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

Tabla Francesa:

	$x<-1$	$x=-1$	$-1<x<0$	$x=0$	$x>0$
x	$-$	-1	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	1	$+$
$x(x+1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

De la tabla se observa que $S=\left]-\infty,-1\right[\ \cup \left]0,+\infty\right[$

Obtengamos T:

$|x+3|\leq 1 \Rightarrow x+3\geq -1 \ \wedge \ x+3\leq 1 \Rightarrow x\geq -4 \ \wedge \ x\leq -2$

$\Rightarrow x\in[-4,-2]$

Luego $T=[-4,-2]$

Finalmente, $S\cup T=\left(\left]-\infty,-1\right[\ \cup \left]0,+\infty\right[\right)\cup[-4,-2]$

$=\left]-\infty,-1\right[\ \cup \left]0,+\infty\right[\ \neq \mathbb{R}$ ❑

$b)$ ___F___ $x^2<\left|\frac{\pi x^2}{e}\right|$, para $x\in\mathbb{R}$

Justificación:

Tenemos que $x=0\in\mathbb{R}$, pero $0^2=0$ no es menor que $\left|\frac{\pi 0^2}{e}\right|=0$, luego lo que se afirma es falso porque existe un valor real para el cual la inecuación no se cumple. ❑

$c)$ ___F___ La ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(0,1)$, $(0,-1)$ y $(1,\sqrt{2})$ tiene radio igual a 2

Justificación:

La ecuación de una circunferencia es

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Para el punto $(0,1)$, se tiene:

$$(-h)^2+(1-k)^2=r^2 \Rightarrow h^2+1-2k+k^2=r^2 \qquad (1)$$

Para el punto $(0,\,-1)$, se tiene:

$$(-h)^2+(-1-k)^2=r^2 \Rightarrow h^2+1+2k+k^2=r^2 \qquad (2)$$

Para el punto $(1,\sqrt{2}\,)$, se tiene:

$$(1-h)^2+(\sqrt{2}-k)^2=r^2 \Rightarrow 1-2h+h^2+2-2\sqrt{2}\,k+k^2=r^2 \qquad (3)$$

De $(2)-(1):\;\; 4k=0 \Rightarrow k=0$

Reemplazando el resultado anterior en $(1),\,(2)$ y $(3):$

$$h^2+1=r^2 \qquad (4)$$
$$1-2h+h^2+2=r^2$$

Luego: $h^2+1=1-2h+h^2+2 \Rightarrow 2-2h=0 \Rightarrow h=1$

Reemplzando este resultado en (4), se tiene que $r^2=2$, de donde se concluye que $r=\sqrt{2}\neq 2$ $\square$

$d)$ ___F___ La recta que pasa por el punto $(a,\,-a)$, con a una constante real, y es perpendicular a $3x+2y=-1$ es $-4x+6y=-15a.$
Justificación:
Determinemos la pendiente de $3x+2y=-1$

$$3x+2y=-1 \;\Rightarrow y=\frac{-1-3x}{2} \Rightarrow y=-\frac{3}{2}\,x-\frac{1}{2}$$

Como la recta buscada esperpendicular a la anterior su pendiente será $m=-\frac{1}{\frac{-3}{2}}=\frac{2}{3}$
Por otro lado la recta pasa por el punto $(a,\,-a)$, así

$y+a=\frac{2}{3}(x-a) \Rightarrow 3y+3a=2x-2a \Rightarrow 3y-2x=-5a \Rightarrow 6y-4x=-10a\neq -15a$, para $a\neq 0$ $\square$

(40 puntos)